1

كِتَابُ الطَّالِبِ

# الرياضيـــات

الصَّفُّ الأَوَّلُ الإِسْلامِي

سنة الطبع

١٤٤٥هـ - ٢٠٢٣م

جمهورية العراق
ديوان الوقف السني
دائرة التعليم الديني والدراسات الإسلامية
قسم المناهج والتطوير

# الرياضيات

## الصف الأول الإسلامي

## كتاب الطالب

# 1


تأليف لَجْنَة الرياضيات

| | |
|---|---|
| ١ | د. قاسم حسين الراوي |
| ٢ | د.عبد الواحد حميد الكبيسي |

التصميم والإشراف الفني على الكتاب

| | | |
|---|---|---|
| ١ | أ.م.د. علي سعيد حمادي | مُشرفاً فنياً ومُصمماً |

بسم الله الرحمن الرحيم

# المحتويات

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

**تَقْدِيمٌ:**

الحَمْدُ لِلَّهِ اَلَّذِي أَرْسَلَ رَسُولَهُ بِالْهُدَى وَدِينِ اَلْحَقِّ لِيُظْهِرَهُ عَلَى الدِّينِ كُلِّهِ وَكَفَى بِاللَّهِ شَهِيدًا، وَنَشْهَدُ أَنْ لَا إِلَهَ إِلَّا اَللَّهُ وَحْدَهُ لَا شَرِيكَ لَهُ، إِقْرَارًا بِهِ وَتَوْحِيدًا، وَنَشْهَدُ أَنَّ سَيِّدَنَا مُحَمَّدًا عَبْدُهُ وَرَسُولُهُ -صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ- تَسْلِيمًا مَزِيدًا...

أَمَّا بَعْدُ:

فَإِنَّهُ يَسُرُّ **قِسْمَ اَلمَنَاهِجِ وَالتَّطْوِيرِ** فِي دَائِرَةِ اَلتَّعْلِيمِ اَلدِّينِيِّ وَالدِّرَاسَاتِ الإِسْلَامِيَّةِ، وَهِيَ إِحْدَى تَشْكِيلَاتِ دِيوَانِ اَلْوَقْفِ اَلسُّنِّيِّ فِي جُمْهُورِيَّةِ العِرَاقِ، أَنْ يُقَدِّمَ هَذَا الكِتَابَ إِلَى طَلَبَتِنَا الأَعِزَّاءِ فِي الصَّفِّ اَلْأَوَّلِ مِنَ الدِّرَاسَةِ المُتَوَسِّطَةِ، ضِمْنَ سِلْسِلَةِ كُتُبِ الرِيَاضِيَاتِ الَّتِي تَمَّ إِعْدَادُهَا وتَأْلِيفُهَا فِي هَذِهِ المَرْحَلَةِ الدِّرَاسِيَّةِ؛ لِتَحْسِينِ الكِتَابِ المَدْرَسِيِّ وَتَجْوِيدِهِ شَكْلًا وَمَضْمُونًا؛ وتَحْقِيقِ الأَهْدَافِ التَّرْبَوِيَّةِ وَالتَّعْلِيمِيَّةِ فِي ثَانَوِيَّاتِنَا الإِسْلَامِيَّةِ وَغَايَاتِهَا، مُرَاعِيًا فِيهِ خُصُوصِيَّتِهَا، وَرِسَالَتِهَا، اعْتِمَادًا عَلَى أُمَّاتِ كُتُبِ الرِيَاضِيَاتِ وَشُرُوحَاتِهَا الَّتِي تَزْخَرُ بِهَا مَكْتَبَتِنَا العَرَبِيَّةِ، وَجَاءَ تَحْدِيثُ المَعْلُومَاتِ فِيهِ بِمَا يَتَنَاسَبُ مَعَ قُدُرَاتِ الطَّلَبَةِ وَمُسْتَوَيَاتِهِمْ فِي هَذِهِ المَرْحَلَةِ العُمْرِيَّةِ، فَضْلًا عَنِ المَلْحُوظَاتِ المَيْدَانِيَّةِ.

وَقَدْ تَمَّ إِخْرَاجُ هَذَا الكِتَابِ المَنْهَجِيّ إِخْرَاجًا فَنِّيًا لَائِقًا، وَجَعْلُهُ عُنْصُرًا مُشَوِّقًا وَجَذَّابًا لِلطَّلَبَةِ، وَتَمَّ تَنْفِيذُ ذَلِكَ بِفَضْلِ الجُهُودِ الكَبِيرَةِ الَّتِي بَذَلَهَا قِسْمُ المَنَاهِجِ وَالتَطْوِيرِ ومَجْمُوعَةٌ مِنْ ذَوِي الاخْتِصَاصِ فِي دَائِرَتِنَا، وَبَعْدَ عَرْضِهِ عَلَى الخُبَرَاءِ وَالمُخْتَصِّينَ فِي مَجَالِ الرِيَاضِيَاتِ، أَوْصَوْا بِصَلَاحِيَّةِ تَدْرِيسِهِ لِاشْتِمَالِهِ عَلَى المُفْرَدَاتِ المَنْهَجِيَّةِ المُتَوَخَّاةِ لِلنُّهُوضِ بِالْمُسْتَوَى العِلْمِيِّ فِي الثَّانَوِيَّاتِ الإِسْلَامِيَّةِ، ويُسْهِمُ بِإِعْدَادِ جِيلٍ وَاعٍ مُتَسَلِّحٍ بِمَا يُقَوِّي فِيهِ رُوحَ الانْتِمَاءِ إِلَى بَلَدِهِ، وَأُمَّتِهِ وَتَارِيخِهِ اَلْمَجِيدِ، وَيَبْعَثُ فِيهِ اَلْهِمَّةَ إِلَى بِنَاءِ مُسْتَقْبَلٍ أَفْضَلَ.

فَنَسْأَلُ اَلْمَوْلَى عَزَّ وَجَلَّ أَنْ يَكْلَأَ طَلَبَتَنَا بِعِنَايَتِهِ، وَيَأْخُذَ بِأَيْدِينَا جَمِيعًا إِلَى مَا يُحِبُّهُ وَيَرْضَاهُ إِنَّهُ سَمِيعٌ مُجِيبٌ.

وَآخِرُ دَعْوَانَا أَنِ الحَمْدُ لِلَّهِ رَبِّ اَلْعَالَمِينَ.

**قِسْمُ المَنَاهِجِ والتَّطْوِيرِ**

تمهيد

# دور علماء المسلمين في الرياضيات

## الخوارزمي ( ٧٨١ ـ ٨٤٧)م

إن عصرنا الذي نعيش هو عصر الإحصاء والرياضيات، إذ لا يكاد يخلو علم من العلوم من هذين العلمين الأساسيين اللازمين لتطوره، وهما الفارق بين العلميين والعشوائيين، وقد سبق الإسلام العظيم فيهما سبقاً مميزاً يكاد يكون السمة البارزة له عن بقية الأديان والقوانين الوضعية.

وقد بادر النبي صَلَّى اللهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ إلى الانتفاع بالإحصاء منذ عهد مبكر من إقامة دولته بالمدينة، فقد روى البخاري ومسلم رَحِمَهُمَا اللهُ عَنْ حُذَيْفَةَ رَضِيَ اللهُ عَنْهُ قَالَ: كُنَّا مَعَ رَسُولِ اللهِ صَلَّى اللهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ فَقَالَ: (**أَحْصُوا لِي كَمْ يَلْفِظُ الإِسْلَامَ**) قال حذيفة رَضِيَ اللهُ عَنْهُ: فكتبنا له ألفاً وخمسمائة رجل، وكان ذلك ليعرف الرسول صَلَّى اللهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ القوة البشرية الضاربة التي يستطيع بها مواجهة الأعداء.

وكذلك طبق المسلمون في زمن الخليفة عمر بن الخطاب رَضِيَ اللهُ عَنْهُ الإحصاء عن طريق تأسيس الدواوين التي يتم فيها تدوين المعلومات عن الجند ودخول بيت المال وغيرها من البيانات اللازمة للتموين وتجهيز الجيوش، وقد احتوى القرآن الكريم على الكثير من الأمور التي لا بُدَّ من معرفتها والمتعلقة بأسس العبادة، مثل تحديد مواقيت الصلاة وبداية الأشهر الهجرية وأهمها رمضان المبارك وشهر الحج وبقية الأشهر الحرم عموماً وتحديد اتجاه القبلة وقسمة المواريث والغنائم.

ولقد احتلت العلوم الرياضية مركزاً مهماً في حضارتنا الإسلامية حيث اهتم بها المسلمون اهتماماً واضحاً، ويظهر ذلك من خلال النظريات والأفكار الرياضية المتطورة التي قدمها المسلمون.

لقد تطورت العلوم الرياضية تطوراً سريعاً على أيدي علماء الإسلام الذين سجلوا ابتكارات رياضية مهمة في حقول الحساب والجبر والمثلثات والهندسة، وقد أثارت أعمالهم إعجاب ودهشة علماء الغرب.

وكانت لهم اليد الطولى والفضل الأكبر في تطور علومها المعقدة ومنها الجبر والهندسة والحساب والإحصاء والمقابلة وأقسام العدد والعددان المتحابان وخواص الأعداد والكسور والضرب والقسمة والمساحة للأشكال الهندسية وقوانين الأشكال الهندسية والجذور وغيرها، ومن علماء المسلمين عالمنا الجليل (الخوارزمي) وهو محمد بن موسى (٧٨١-٨٤٦)م، والذي يعود له الفضل الأول في علوم الحاسبات الحديثة وباعتراف الغرب بأجمعه، وكلمة (Algorithm) تعني الخوارزمي، كما أنه يعتبر مؤسس علم الجبر الحديث وكلمة (Algebra) مشتقة من كتابه (الجبر والمقابلة)، إضافة إلى إبداعاته في نظام الأرقام والأعداد وعلم الحساب والمتواليات العددية والهندسية والمعادلات الجبرية والجذور واللوغارتمات والفلك والمثلثات والأرقام الهندية والطريقة البيانية لإيجاد الجذور، وله أكثر من ٢٧ مؤلفاً في مختلف العلوم أشهرها كتاب (الجبر والمقابلة).

# المجموعات والعمليات عليها

## الوحدة الأولى

**بعد الانتهاء**

**من دراسة هذه الوحدة يتوقع من الطالب أن يكون قادراً على أن:**

١. يتعرف على مفهوم المجموعة .

٢. يعبر عن المجموعة.

٣. يحدد العلاقات بين العناصر والمجموعات.

٤. يجري بعض العمليات على المجموعات.

٥. يوضح معنى الانتماء والاحتواء.

٦. يبين متى تتساوى المجموعتان.

1

الدرس الأول

# المجموعـــات وطرق تمثيلهـــا

١

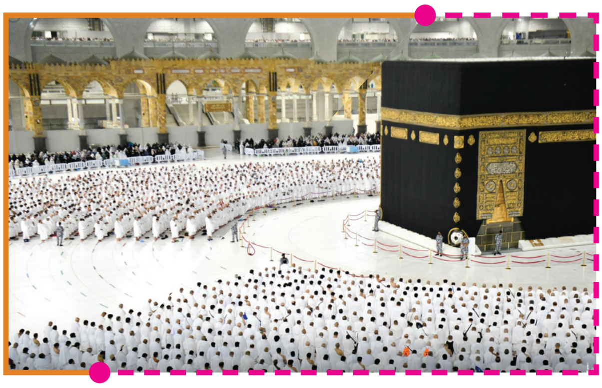
## ١-١ المجموعات وطرق تمثيلها:

### ١ المجموعــة

كل ما في الكون عبارة عن تجمعات من أشياء معينة، فالسماء عبارة عن تجمع من الكواكب والنجوم، والأرض عبارة عن جمع من القارات، والمزهرية تحتوي على باقة من الورد، والمعلم يدرس عدداً من الطلاب، وتطير الطيور بشكل أسراب، والعائلة مؤلفة من مجموعة أفراد، والمجتمع مكون من مجموعة من الأسر.

فكل هذه المعاني (التجمع والباقة والعائلة والمجتمع والسرب، ...) هي عبارة عن مجموعات لأنَّها معرفة تعريفاً حسناً، وكذلك مجموعة ألوان العلم العراقي، ومجموعة أركان الإسلام، ومجموعة أركان الإيمان، ومجموعة أوقات الصلاة، ومجموعة مستحقي الزكاة، ومجموعة الحجاج العراقيين، ...

بينما عدد البنايات الجميلة لا يشكل مجموعة لكونها ليست معرفة تعريفاً حسناً، حيث أن الجمال صفة نسبية يختلف الرأي فيها من شخص لآخر.



الحجاج مجموعة

الأسرة مجموعة

الطيور مجموعة

**تعريف المجموعة:**

**هو تجمع لأشياء معينة تجمعها صفة مشتركة معرَّفة تعريفاً حسناً، وكل شيء من هذه الأشياء يسمى (عنصراً) في المجموعة.**

## ٢ طرق التعبير عن المجموعة

يعبر عن المجموعة بعدة طرق منها:

### أولاً: طريقة الحصر (ذكر العناصر)

وفيها تكتب جميع عناصرالمجموعة داخل القوسين {   } مع وضع فارزة (،) بين كل عنصر والعنصر الذي يليه.

**ملاحظة**

**يجب ملاحظة الآتي:**

١ **لا يجوز تكرار كتابة العناصر في المجموعة.**

٢ **يمكن تغيير ترتيب العناصر في المجموعة، أي أن الترتيب غير مهم في كتابة عناصرها.**

٣ **عادةً ما نرمز للمجموعات بأحرف كبيرة مثل س ، ص ، ع ، ...**

مثال رقم ١

مجموعة الأعداد الفردية المحصورة بين (٢) و (٨) هي: { ٣ ، ٥ ، ٧ } ويمكن أن نرمز لمجموعة الأعداد الفردية بين (٢) ، (٨) بالرمز س فتكتب س = {٣ ، ٥ ، ٧}

مثال رقم ٢

مجموعة أحرف كلمة (مدرسة) = { م ، د ، ر ، س ، ة } ويمكن أن نرمز لهذه المجموعة بالرمز ص فتكتب ص = { م ، د ، ر ، س ، ة }.

مثال رقم ٣

مجموعة الصلوات الخمس {الفجر، الظهر، العصر، المغرب، العشاء}، وهكذا يمكن أن نرمز لمجموعة الصلوات الخمس بالرمز ع فتكتب ع = {الفجر، الظهر، العصر، المغرب، العشاء}.

**مثال رقم ٤**

مجموعة أرقام العدد {٣٢٤٥١٣٢} س = { ٢ ، ٣ ، ١ ، ٥ ، ٤ }

أو س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } (لماذا؟)

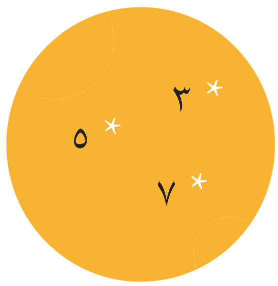
**مثال رقم ٥**

مجموعة الأعداد الأولية المحصورة بين (٠) و (١٠) هي: س = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ }.

## ثانياً: أشكال ڤن:

وفيها تكتب عناصر المجموعة داخل منحني مغلق بسيط (لا يقطع نفسه).

فمثلاً المجموعات الواردة في الأمثلة السابقة نمثلها بأشكال ڤن الآتية:




مثال رقم ١


مثال رقم ٢


مثال رقم ٣

**مثال رقم ٤**

عبّر عن مجموعة أيام الأسبوع بطريقة (الحصر) ثم مثّلها بـ(شكل ڤن).

**الحـل:**

**أ- طريقة الحصر: نرمز لمجوعة أيام الأسبوع برمز ع مثلاً.**

∴ ع = {السبت، الأحد، الاثنين، الثلاثاء، الأربعاء، الخميس، الجمعة}.

**ب- شكل ڤن:**

ع

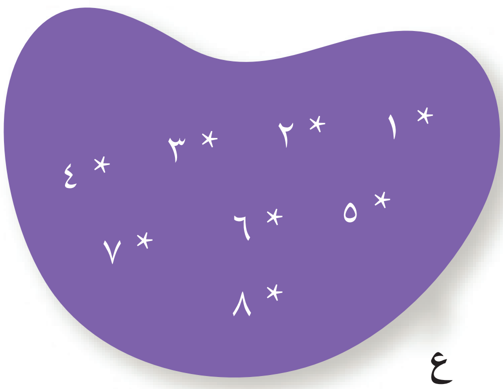
مثال رقم ٥

عبّر عن مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين (٠) و(٩) بطريقة (الحصر) ثمّ مثّلها بـ(شكل ڤن).

**الحل: نرمز إلى مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين(٠) و (٩) بالرمز ع**

**أ- طريقة الحصر:** ع = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨}.

**ب- شكل ڤن:**



ع

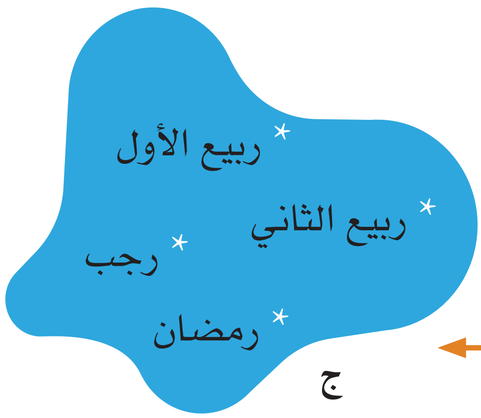
مثال رقم ٦

عبّر عن مجموعة أشهر السنة الهجرية التي تبدأ أسماؤها بحرف الراء بطريقة (الحصر) ثمّ مثّلها بـ(شكل ڤن).

**الحل:** يمكن أن نرمز لهذه المجموعة بالرمز ج فنكتب :

**أ- طريقة الحصر:** ج = { ربيع الأول ، ربيع الثاني ، رجب ، رمضان }.

**ب- شكل ڤن:**



ج

## تمرينات (١ـ١)

عبّر عن المجموعات الآتية بطريقة الحصر، ثم مثّلها بـ(أشكال فن):

١) مجموعة أشهر السنة الهجرية.

٢) مجموعة أركان الإسلام.

٣) مجموعة أركان الإيمان.

٤) مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية المحصورة بين (١) و(١٥).

٥) مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية المحصورة بين (٥) و(٢١).

٦) مجموعة أحرف كلمة (الحديث).

٧) مجموعة أرقام العدد (٦٢٦٤٤٥).

٨) مجموعة أولي العزم من الأنبياء.

٩) مجموعة الأشهر الحرم.

١٠) مجموعة عوامل العدد (٢٤).

١١) مجموعة أشهر السنة الميلادية التي عدد أيامها (٣١) يوماً.

١٢) مجموعة العشرة المبشرة بالجنة من الصحابة الكرام رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُمْ.

١٣) مجموعة الدول العربية الواقعة في قارة آسيا.

**ملاحظة:** عوامل العدد هي الأعداد التي تقسم العدد بدون باقي.

# الدرس الثاني

## بعض العلاقات بين العناصر والمجموعات

٢

### ٢-١ الانتماء والاحتواء

#### ١ الانتمـــاء

إذا أردنا التعبير عن انتماء عنصر لمجموعةٍ ما، نستخدم رمز الانتماء ∋ ويقرأ (**ينتمي إلى**)، وعكسه الرمز ∌ ويقرأ (**لا ينتمي إلى**)، مثلاً نقول ١ ∋ {١ ، ٢ ، ٣}، كذلك العراق ∋ مجموعة أقطار الخليج العربي، بينما العراق ∌ مجموعة الدول الأفريقية.

**مثال رقم ١**

إذا كانت س = {١ ، ٣ ، ٥}، ص = {٠ ، ٢ ، ٦} فإن:

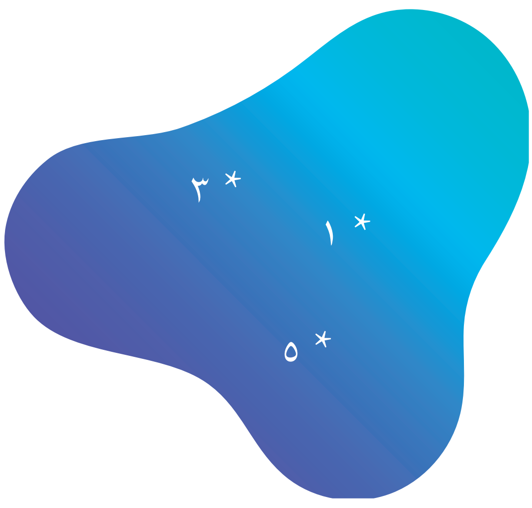
١ ∋ س ، ٣ ∋ س ، ٥ ∋ س.

وكذلك فإن: ٠ ∋ ص ، ٢ ∋ ص ، ٦ ∋ ص.

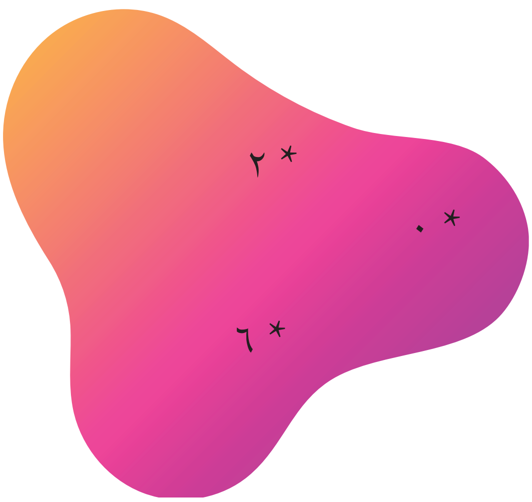
بينما: ٠ ∌ س ، ٢ ∌ س ، ٦ ∌ س.

وكذلك: ١ ∌ ص ، ٣ ∌ ص ، ٥ ∌ ص.

وكذلك: ٤ ∌ س ، ٤ ∌ ص ، ٧ ∌ س ، ٧ ∌ ص.




س




ص

وعليه تكون العبارات الآتية صحيحة:

١ الأسد $\notin$ مجموعة الحيوانات الأليفة.
٢ البحرين $\in$ مجموعة أقطار الخليج العربي.
٣ حزيران $\notin$ مجموعة أشهر السنة الهجرية.

## ٢ الاحتواء

إذا كان كل عنصر في المجموعة **س** ينتمي إلى المجموعة **ص**، فيقال أن المجموعة **س** محتواة في المجموعة **ص**، ويعبر عن ذلك بالشكل: **س $\subseteq$ ص**

ويقرأ الرمز $\subseteq$ (محتواة في).

وفي حالة وجود عنصر في المجموعة **س** لا ينتمي إلى المجموعة **ص**، فيقال بأن المجموعة **س**، ليست محتواة في المجموعة **ص**، ويعبر عن ذلك بالشكل: س $\nsubseteq$ ص

ويقرأ الرمز $\nsubseteq$ (ليست محتواة في).

**مثال رقم ١**

إذا كانت **س** = {صلاة الفجر ، صلاة الظهر ، صلاة العصر ، صلاة المغرب}.
**ص** = {صلاة الظهر ، صلاة المغرب} ، ع = {صلاة الفجر ، صلاة العشاء}.
فإن: **ص $\subseteq$ س** بينما ع $\nsubseteq$ س

**ملاحظة**

إذا كانت **س $\subseteq$ ص** فيقال بأن **س** مجموعة جزئية من **ص**.
وإذا كانت **س $\nsubseteq$ ص** فيقال بأن س مجموعة غير جزئية من **ص**.

**مثال رقم ٢**

**السؤال:** إذا كانت **س** هي مجموعة أحرف كلمة (صومال)، و **ص** هي مجموعة أحرف كلمة (صوم). اكتب كلاً من **س** ، **ص** بذكر عناصرها، ثم بيِّن فيما إذا كانت **ص $\subseteq$ س**.

**الحل:** س = { ص ، و ، م ، ا ، ل } ، ص = { ص ، و ، م }
∵ كل عنصر من **ص** ينتمي إلى **س**
∴ **ص $\subseteq$ س**

مثال رقم ٣

لتكن س = { ٢ ، ٥ ، ٨ ، ٩ } ، ص = { ٢ ، ٥ ، ٧ }، فهل أن ص ⊇ س ؟ ولماذا ؟

الحل: واضح أن ٢ ∈ ص ، ٢ ∈ س ، وبنفس الطريقة ٥ ∈ ص ، ٥ ∈ س

ولكن ٧ ∈ ص بينما ٧ ∉ س

وعليه فإن: ص ⊉ س والسبب وجود عنصر من عناصر ص وهو (٧) لا ينتمي للمجموعة س .

**ملاحظة**

١ الرمزان ∈ ، ∉ يستخدمان بين عنصر ومجموعة، ولا يجوز استخدامهما بين المجموعات.

٢ الرمزان ⊇ ، ⊉ يستخدمان بين مجموعتين ، ولا يجوز استخدامهما بين عنصر ومجموعة.

## ٣ تساوي مجموعتين:

يقال للمجموعتين س ، ص بأنهما متساويتان وتكتب س = ص إذا احتوتا على نفس العناصر.

بمعنى آخر:

**إذا كان:** س ⊇ ص ، ص ⊇ س ، فإن س = ص

وإذا وجد على الأقل عنصر واحد ينتمي إلى المجموعة س ولا ينتمي إلى المجموعة ص أو بالعكس، فإن المجموعتين غير متساويتين وتكتب (س ≠ ص).

مثال رقم ١

إذا كانت س مجموعة أحرف كلمة (ربع)، ص مجموعة أحرف كلمة (عرب)، أي أن:

س = { ر ، ب ، ع } ، ص = { ع ، ر ، ب } فمن الواضح بأن كل عنصر في المجموعة س ينتمي إلى المجموعة ص أي أن: س ⊇ ص

وكل عنصر في المجموعة ص ينتمي إلى المجموعة س ، أي أن: ص ⊇ س

لذا فإن: س = ص

مثال رقم ٢

إذا كانت **س** مجموعة أرقام العدد (٤٥٤٣)، **ص** مجموعة أرقام العدد (٣٤٥)، اختبر صحة العبارة **س** = **ص**.

**الحل:** **س** = { ٤ ، ٥ ، ٣ }، **ص** = { ٣ ، ٤ ، ٥ }

لاحظ أن **س** $\subseteq$ **ص** (لأن كل عنصر من **س** ينتمي إلى **ص**) ،

**ص** $\subseteq$ **س** (لأن كل عنصر من **ص** ينتمي إلى **س**)

**لذا فإن:** **س** = **ص**

مثال رقم ٣

إذا كانت **س** = {١، ٢، ٣، ٤}، ص = {٢، ٣، ٤}، بيِّن فيما إذا كان **س** = **ص** أم لا.

**الحل:** واضح أن ص $\subseteq$ س (**لماذا؟**)

١ $\in$ س لكن ١ $\notin$ ص عليه فإن: س $\nsubseteq$ ص

لذا فإن: س $\neq$ ص

## تمرينات (١-٢)

١ عيّن العبارات الصحيحة، والعبارات الخطأ مما يأتي مع تصحيح الخطأ:

أ) ٣ ∈ {١، ٣، ٥}.

ب) ١٣ ∈ {١، ٣، ٧}.

ج) الباكستان ∌ مجموعة الدول الإسلامية.

د) العراق ∈ مجموعة الدول المصدرة للنفط.

هـ) نيسان ∈ مجموعة أشهر السنة الميلادية.

و) صفر ∌ مجموعة أشهر السنة الهجرية.

ز) {رجب} ∈ مجموعة الأشهر الحرم.

ح) الأحد ⊇ مجموعة أيام الأسبوع.

٢ إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٩ ، ١٠} عيّن أي المجموعات الآتية محتواة في س ، وأي منها ليست محتواة في س.

أ) {١ ، ٧ ، ٩} ب) {٣ ، ٤} ج) {٢ ، ١٠} د) {٩ ، ٥ ، ١}

٣ عين المجموعات المتساوية فيما يأتي:

| | | |
|---|---|---|
| أ) {٦، ٨ ، ٩} | ب) {٣، د} | ج) {١ ، ٠ ، ج} |
| د) {١، ج} | هـ) {٨ ، ٦ ، ٩} | و) {١ ، ٣ ، ٥ ، ٧} |
| ز) {د ، ٣} | ح) {١، ٣، ... ، ١١} | ط) {٩ ، ٨ ، ٦} |

٤ جد قيمة أ، ب ، ج ، د إذا كان:

{ ١ ، ٢ ، أ ، ٥ } = { ٣ ، ٥ ، ٢ ، ١ }

{ ب ، ٦ } = { ٦ ، ٩ }

{ ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ } = { ٦ ، ٠ ، ج ، ٢ }

{ ٥ ، ١٠ ، ٢٥ ، د ، ١٥ } = مجموعة مضاعفات العدد (٥) الأصغر من (٣٠).

الدرس الثالث

# العمليات على المجموعات

٣

## ١-٣ العمليات على المجموعات

درست في السنوات السابقة العمليات الحسابية على الأعداد (الجمع، الطرح، الضرب، القسمة)، كذلك هناك عمليات تجرى على المجموعات مثل (التقاطع، الاتحاد، الفرق بين مجموعتين، ...) ويكون ناتج هذه العمليات مجموعة أيضاً. كيف تحدد عناصر هذه المجموعة؟ هذا ما سنعرفه من خلال دراسة بعض العمليات على المجموعات، ولكن قبل هذا علينا أن نلقي نظرة بسيطة على بعض أنواع المجموعات.

### أولاً: بعض أنواع المجموعات:

#### ١ المجموعة الخالية

يقال للمجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر بأنها مجموعة خالية. ويعبر عنها بأحد الرمزين:

{ } أو ∅ الذي يقرأ (فاي).

**تنبيه**

من الأخطاء الشائعة في التعبير عن المجموعة الخالية، كتابة الرمز { ٠ } أو { ∅ } لأن أي شيء داخل أقواس المجموعة يعني وجود عنصر في المجموعة، بينما الصواب هو ∅ والذي يعني مجموعة خالية من العناصر.

**من الأمثلة على المجموعة الخالية:**

أ- مجموعة الصلوات المكتوبة التي عدد ركعاتها خمس ركعات.

ب- مجموعة البشر الذين لهم ثلاثة أرجل.

ج- مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين ٧ و ٨ .

د- مجموعة الأقطار الإسلامية في قارة أمريكا الجنوبية.

هـ- مجموعة أشهر السنة الهجرية التي تبدأ أسماؤها بحرف الياء.

**ملاحظة**

المجموعة $\emptyset$ مجموعة جزئية من أية مجموعة أخرى.

## ٢ المجموعة المنتهية والمجموعة غير المنتهية:

المجموعة التي يمكن تحديد عدد عناصرها تسمى (مجموعة منتهية)، والمجموعة التي لا يمكن تحديد عدد عناصرها تسمى (مجموعة غير منتهية).

فمثلاً في قوله تعالى: ﴿ وَإِن تَعُدُّواْ نِعْمَةَ ٱللَّهِ لَا تُحْصُوهَآ ۗ إِنَّ ٱللَّهَ لَغَفُورٌ رَّحِيمٌ ﴿١٨﴾ ﴾ [النحل:١٨] .

فإن مجموعة نعم الله مجموعة غير منتهية.

**من الأمثلة على المجموعات المنتهية:**

س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧}.

**ص** = مجموعة مضاعفات العدد (٥) الأصغر من (١٠٠٠).

ع = مجموعة طلاب المدرسة.

غ = مجموعة عدد الركعات في الصلوات الخمس.

ن = مجموعة السيارات في العراق.

**ومن الأمثلة على المجموعات غير المنتهية:**

**ط**= مجموعة الأعداد الطبيعية.

**ض**= مجموعة مضاعفات العدد (٢).

و= مجموعة الأعداد الأولية.

د= مجموعة المربعات.

يمكن التعبير عن مجموعة غير منتهية بذكر بعض عناصرها ثم وضع ثلاث نقاط للدلالة على وجود عناصر أخرى، فمثلاً نكتب الأعداد الطبيعية بالصورة: **ط** = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣، ...}.

وقد نلجأ إلى الأسلوب نفسه في التعبير عن مجموعة منتهية عدد عناصرها **كبيراً**، فمثلاً نكتب مجموعة مضاعفات العدد (٣) الأصغر من (١٠٠٠) بذكر عناصرها بالصورة:

م = {٣ ، ٦ ، ٩ ، ... ، ٩٩٩}.

## أولاً: العمليات على المجموعات

### ١ تقاطع مجموعتين ∩:

يقال للمجموعة ع التي عناصرها تنتمي إلى كل من المجموعتين س ، **ص** في آن واحد بأنها (مجموعة تقاطع) المجموعتين س ، **ص** وتكتب بالشكل: ع = س ∩ ص

حيث يقرأ الرمز ∩ (تقاطع).

أي أن تقاطع مجموعتين هو مجموعة تحتوي على العناصر المشتركة بين المجموعتين بدون تكرار العناصر.

عموماً: س ∩ ص = مجموعة كل العناصر التي تنتمي إلى كل من س و ص في آن واحد

**مثال رقم ١**

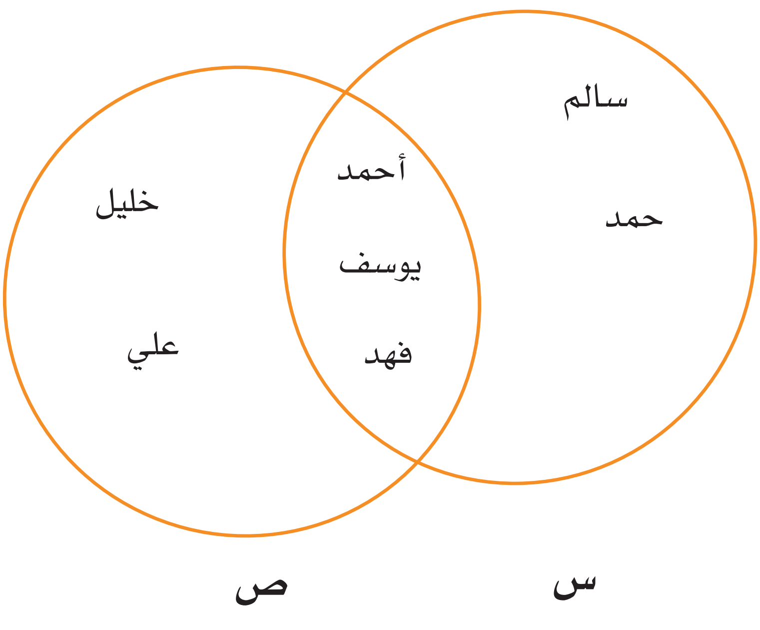
إذا كانت س = { سالم ، أحمد ، حمد ، فهد ، يوسف }.

ص = { فهد ، أحمد ، يوسف ، خليل ، علي }

فإن: س ∩ ص = { أحمد ، فهد ، يوسف}

ص ∩ س = { فهد ، أحمد ، يوسف }

**لاحظ أن:** س ∩ ص = ص ∩ س (لاحتوائهما على نفس العناصر)



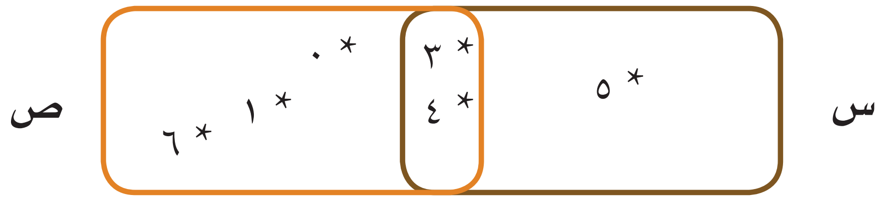
### مثال رقم ٢

إذا كانت س = { ٣ ، ٤ ، ٥ }، ص = { ٠ ، ١ ، ٣ ، ٤ ، ٦ }

فإن: س ∩ ص = { ٣ ، ٤ }

ص ∩ س = { ٣ ، ٤ }

∴ س ∩ ص = ص ∩ س [لماذا؟]




### مثال رقم ٣

**إذا كانت هـ = مجموعة أحرف كلمة (سلسبيل) ، ص = مجموعة أحرف كلمة (تسنيم)،**

**جد: أ) هـ ∩ ص ، ب) ص ∩ هـ.**

**الحل: هـ = { س ، ل ، ب ، ي } ، ص = { ت ، س ، ن ، ي ، م }**

أ) هـ ∩ ص = { س ، ي } (لأن س ينتمي لكل من هـ ، ص ، وكذلك العنصر ي).

ب) ص ∩ هـ = { س ، ي } (لأن س ينتمي لكل من ص ، هـ ، وكذلك العنصر ي).

∴ هـ ∩ ص = ص ∩ هـ (لاحتوائهما على نفس العناصر).

### مثال رقم ٤

**إذا كانت س = مجموعة الأشهر الحرم ، ص = { صفر ، جمادى الآخرة ، شوال }.**

**فجد: أ) س ∩ ص ، ب) ص ∩ س.**

**الحل: س = { محرم ، رجب ، ذو القعدة ، ذو الحجة }، ص = { صفر ، جمادى الآخرة ، شوال }.**

أ) س ∩ ص = ∅ (لا توجد عناصر مشتركة بين المجموعتين).

ب) ص ∩ س = ∅

∴ س ∩ ص = ص ∩ س

**ومن الأمثلة السابقة نستنتج :**

١ عملية تقاطع مجموعتين تكون عملية إبدالية.

أي أن لأي مجموعتين س ، ص يكون:

س ∩ ص = ص ∩ س

## ٢ اتحاد مجموعتين ∪:

يقال للمجموعة غ التي عناصرها تنتمي إلى المجموعة س ، أو إلى المجموعة ص بأنها (مجموعة اتحاد) المجموعتين س ، ص ، وتكتب بالشكل: غ = س ∪ ص.

حيث يقرأ الرمز ∪ (اتحاد).

أي أن اتحاد مجموعتين هو عبارة عن مجموعة تحتوي على العناصر المشتركة وغير المشتركة بين المجموعتين بدون تكرار.

عموماً : س ∪ ص = مجموعة كل العناصر التي تنتمي إلى س أو تنتمي إلى ص.

ويمكن إيجادها بوضع عناصر المجموعة الأولى كاملة ثم وضع عناصر المجموعة الثانية بدون تكرار العناصر.

### مثال رقم ١

**إذا كانت: س = { قطر ، البحرين ، السعودية ، العراق }،**

**ص = { العراق ، سلطنة عمان ، الإمارات }.**

**فإن: س ∪ ص = { قطر ، البحرين ، السعودية ، العراق ، سلطنة عمان ، الإمارات }.**

### مثال رقم ٢

**إذا كانت: س = { آدم ، نوح ، عيسى }،**

**ص = { موسى ، إبراهيم ، محمد }.**

**فإن: س ∪ ص = { آدم ، نوح ، عيسى ، موسى ، إبراهيم ، محمد }.**

### مثال رقم ٣

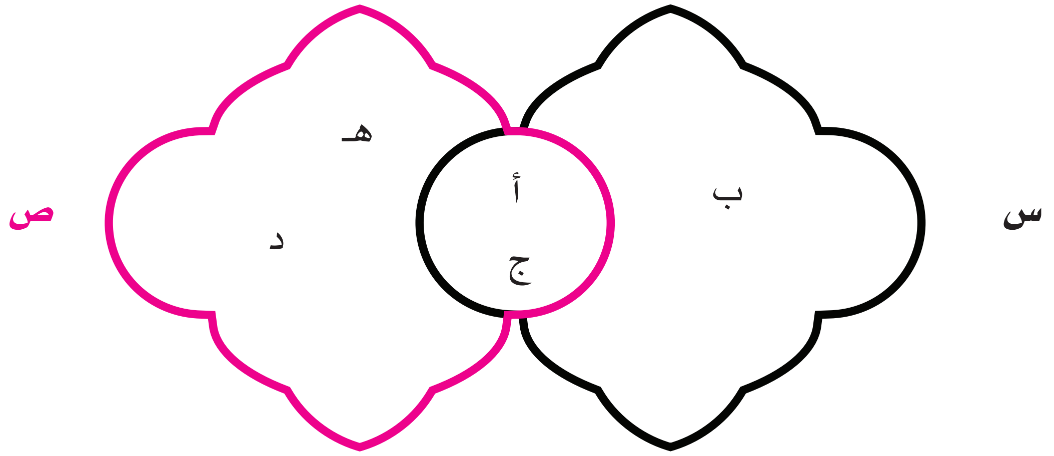
إذا كانت س = { أ ، ب ، ج } ، ص = { أ ، هـ ، ج ، د }، فجد:

أ) س ∪ ص ، ب) ص ∪ س.

**الحل:** س ∪ ص = { أ ، ب ، ج ، هـ ، د }

ص ∪ س = { أ ، هـ ، ج ، د ، ب }

**لاحظ أن** س ∪ ص = ص ∪ س (لماذا؟)




### مثال رقم ٤

إذا كانت س = مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين (٥) و (٩) ،

ص = مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية الأصغر من (١٠).

فجد كلاً من: س ∪ ص ، ص ∪ س.

**الحل:** س = {٦ ، ٧ ، ٨ }

ص = { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ } (الصفر عدد زوجي)

س ∪ ص = { ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٠ ، ٢ ، ٤ }

ص ∪ س = { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٧ }

**لاحظ أن** س ∪ ص = ص ∪ س (لماذا؟)

**ومن الأمثلة السابقة نستنتج :**

١ عملية اتحاد المجموعتين عملية إبدالية.

أي أن لأي مجموعتين س ، ص يكون:

س ∪ ص = ص ∪ س

## ٣ مجموعة الفرق بين مجموعتين:

إذا كانت س ، ص مجموعتين، فإن الفرق بين س ، ص هو مجموعة العناصر التي تنتمي إلى س ولا تنتمي إلى ص . وتكتب بالشكل: س – ص

أما الفرق بين ص ، س فهو مجموعة العناصر التي تنتمي إلى ص ولا تنتمي إلى س . وتكتب بالشكل: ص – س

أي أن مجموعة الفرق بين مجموعتين هي مجموعة العناصر التي تنتمي إلى المجموعة الأولى، ولا تنتمي إلى المجموعة الثانية.

مثال رقم ١

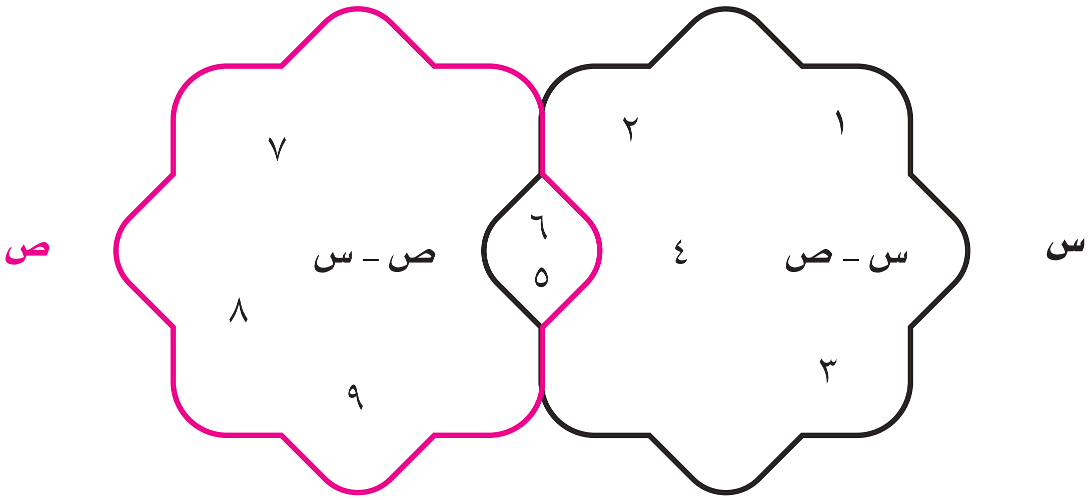
**إذا كانت** س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ص = {٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩} ،

**فجد:** أ) س – ص ب) ص – س

**الحل:** أ) س – ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} (العناصر التي تنتمي إلى س ولا تنتمي إلى ص)

ب) ص – س = {٧ ، ٨ ، ٩} (العناصر التي تنتمي إلى ص ولا تنتمي إلى س)

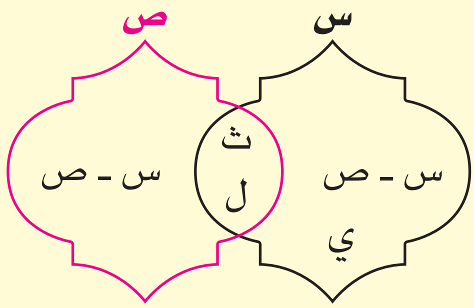
**لاحظ أن:** س – ص $\neq$ ص – س



مثال رقم ٢

**إذا كانت س = مجموعة أحرف كلمة (ليث) ، ص = مجموعة أحرف كلمة (ثلث) ،**

**فجد: أ) س – ص ب) ص – س**




**الحل:** أ) س = { ل ، ي ، ث } ، ص = { ث ، ل }

س – ص = { ي }

(العناصر التي تنتمي إلى س ولا تنتمي إلى ص)

ب) ص – س = { }

(لا توجد عناصر في ص غير موجودة في س لذا فهي مجموعة خالية)

لاحظ أن س – ص ≠ ص – س (لماذا؟)

مثال رقم ٣

**إذا كانت ل = مجموعة الخلفاء الراشدين (رضي الله عنهم) ،**

**هـ = { علي بن أبي طالب ، بلال بن رباح ، طلحة بن الزبير } ،**

**فجد: أ) ل – هـ ب) هـ – ل**

**الحل:** ل = { أبو بكر الصديق ، عمر بن الخطاب ، عثمان بن عفان ، علي بن أبي طالب } ،

هـ = { علي بن أبي طالب ، بلال بن رباح ، طلحة بن الزبير }

أ) ل – هـ = { أبو بكر الصديق ، عمر بن الخطاب ، عثمان بن عفان }

ب) هـ – ل = { بلال بن رباح ، طلحة بن الزبير }

لاحظ أن ل – هـ ≠ هـ – ل (لماذا؟)

مثال رقم ٤

**السؤال: لتكن س = مجموعة أرقام العدد (٣٥٠١٠٢) ، ص = مجموعة أرقام العدد (٥٣٢١٠) ،**

**فجد: أ) س – ص ب) ص – س**

**الحل:** س = { ٢ ، ٠ ، ١ ، ٥ ، ٣ } ، ص = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ }

أ) س – ص = ∅

ب) ص – س = ∅

لاحظ هنا في هذا المثال أن: س – ص = ص – س

لو رجعنا قليلاً إلى المجموعتين س ، ص لوجدنا أن س = ص (لماذا؟)

## مثال رقم ٥

**إذا كانت س = مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين (٥) و (١٠) ، ص= مجموعة الأعداد الطبيعية الأصغر من (٨) ، فجد:**

أ) س $\cap$ ص ، ب) س $\cup$ ص ، ج) س – ص ، د) ص – س

**الحل:** س = { ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ } ، ص = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ }

أ) س $\cap$ ص = { ٦ ، ٧ }

ب) س $\cup$ ص = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ }

ج) س – ص = { ٨ ، ٩ }

د) ص – س = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

### ومن الأمثلة السابقة نستنتج :

١ لأي مجموعتين غير متساويتين س ، ص فإن: س – ص $\neq$ ص – س
أي أن عملية الفرق بين المجموعتين عملية غير إبدالية ما لم تتساوى المجموعتان.

## تمرينات (١ ـ ٣)

**١ حدّد المجموعات الخالية فيما يأتي:**

أ) مجموعة الأقطار العربية في قارة أستراليا.

ب) مجموعة الدول الإسلامية في قارة آسيا.

ج) مجموعة آيات القرآن الكريم.

د) مجموعة الأعداد الأولية المحصورة بين (٣) ، (٥).

**٢ أيّ من المجموعات الآتية مجموعة منتهية، وأيّ منها مجموعة غير منتهية:**

أ) مجموعة آيات سورة البقرة.

ب) مجموعة مضاعفات العدد (٧).

ج) مجموعة كتب الصحاح.

د) مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من (١٠٠٠).

**٣ جد مجموعة تقاطع المجموعتين س ، ص لكل مما يأتي:**

أ) س = { ١ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ١١ } ، ص = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }.

ب) س = { أ ، ب ، ج ، د ، هـ } ، ص = { هـ ، ب ، أ ، ل }.

ج) س = { ٣ ، ٠ ، ٦ ، ٤ } ، ص = { ٧ ، ٢ ، ١ ، ٥ }.

د) س = { ٢ ، ٤ ، ٨ ، ٦ } ، ص = { ٠ ، ١ ، ٣ ، ٧ }.

هـ) س = { ٢ ، ٣ ، ٢٥ ، ١ } ، ص = { ٥ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ١٢}.

**٤ جد مجموعة اتحاد المجموعتين س ، ص لكل مما يأتي:**

أ) س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ } ، ص = { ٢ ، ٣ ، ٥ }.

ب) س = { د ، هـ } ، ص = { أ ، ب ، ج }.

ج) س = مجموعة أحرف كلمة (جلال) ، ص = مجموعة أحرف كلمة (جمال).

د) س = مجموعة عوامل العدد (٦) ، ص = مجموعة عوامل العدد (٨).

هـ) س = مجموعة عوامل العدد (٣٠) ،

ص = مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين (٥) و (٩).

و) س = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ص = { ١ ، ٤ ، ٧ ، ٩ }.

**٥ إذا كانت س = مجموعة مضاعفات العدد (٣) الأصغر من (٢٠) ، ص = مجموعة الأعداد الأولية الأصغر من (١٣). فجد :**

١) س ∩ ص

٢) س ∪ ص

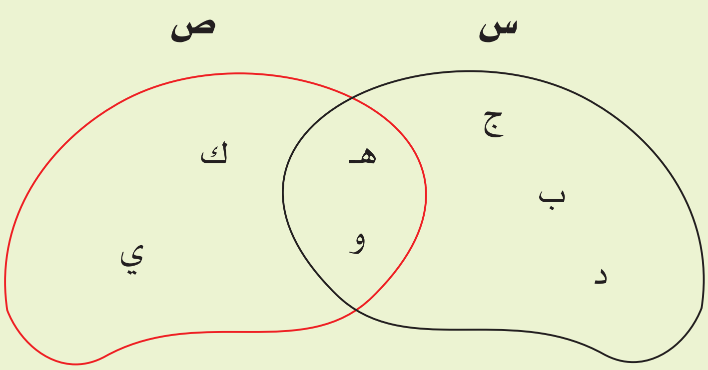
٣) س − ص

٤) ص − س

**٦ إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، س − ص = { ١ ، ٣ ، ٥ }، وكان س ∪ ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ } فما هي عناصر المجموعة ص؟**

**٧ إذا كانت س = { كرسي ، سبورة ، دفتر } ، ص = { طباشير ، منضدة ، كرسي } ، فأثبت أن عملية الفرق بين المجموعتين عملية غير إبدالية.**

**٨ استعن بشكل فن المجاور في إكمال:**




أ) س =

ب) ص =

ج) س ∩ ص

د) س ∪ ص

هـ) س − ص =

و) ص − س =

# الوحدة الثانية

# الأعداد الصحيحة

**بعد الانتهاء**

**من دراسة هذه الوحدة يتوقع من الطالب أن يكون قادراً على أن:**

١. يتعرف على مجموعة الأعداد الصحيحة.

٢. يعدّد بعض خواص الأعداد الصحيحة.

٣. يمثل الأعداد الصحيحة على خط الأعداد بدقة.

٤. يعبّر عن مطلق العدد برمزه.

٥. يرتب مجموعة الأعداد الصحيحة تصاعدياً.

٦. يجري العمليات الجبرية على الأعداد الصحيحة بدقة.

2

الدرس الأول

# مفهوم الأعداد الصحيحة

١

## ٢-١ الحاجة لمعرفة مجموعة الأعداد الصحيحة

درست في المرحلة الابتدائية مجموعة الأعداد الطبيعية التي يرمز لها بالرمز **ط** = {٠، ١، ٢، ٣، ...}، ولكن في هذه المرحلة نحتاج إلى مجموعة أشمل من مجموعة الأعداد الطبيعية حتى نفهم وندرس بعض المسائل والتطبيقات في الحياة.

هذا ما سنتعلمه في هذا الفصل، فمثلاً إذا كان ١١ − ٥ = ٦ فكيف تكون نتيجة السؤال ٣ − ٧؟ كذلك نلاحظ وجود متناقضات في شتى مناحي الحياة فمثلاً (الانجماد والغليان ، والارتفاع والانخفاض ، والربح والخسارة ، واليسار واليمين ، وفوق مستوى سطح البحر وتحت مستوى سطح البحر) التي في كل منها يوجد حد فاصل يفصل بين قيمتين متناظرتين متساويتين بالعدد (المقدار) لكنها مختلفة في الاتجاه، و حتى نميزه هذا الاختلاف عن نظيره نعطيه إشارة أخرى فإذا كان الأصل يعطى إشارة موجبة (+) فإن نقيضه (نظيره) سيعطى إشارة سالبة (−) فمثلاً نقول ($^+$٥) تعبر عن (٥) درجات حرارة فوق الصفر و($^-$٥) تعبر عن (٥) درجات تحت الصفر.

مما تقدم يتضح أننا بحاجة إلى مزيد من الأعداد إضافة إلى مجموعة الأعداد الطبيعية لإيجاد حل للمسائل التي لا يوجد لها حل في هذه المجموعة، إضافة إلى التعبير عن المتناقضات مثل درجات الحرارة فوق الصفر، ودرجات الحرارة تحت الصفر وكذلك الارتفاع فوق مستوى سطح البحر وتحت مستوى سطح البحر، والربح والخسارة، وأيضاً الصعود والهبوط، ... إلخ.

قسم من هذه الأعداد الجديدة نعبر عنه بالرموز:

$^+$١، $^+$٢، $^+$٣، $^+$٤، $^+$٥ ، ... وتسمى (مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة) ويرمز لها بالرمز ص$^+$.

وقسم آخر نعبر عنها بالرموز:

$^-$١، $^-$٢، $^-$٣، $^-$٤، $^-$٥، ... وتسمى (مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة) ويرمز لها بالرمز ص$^-$.

وبذلك تعرَّف مجموعة الأعداد الصحيحة **ص** بأنها المجموعة المؤلفة من اتحاد مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة: ص$^+$ = { $^+$١ ، $^+$٢ ، $^+$٣ ، $^+$٤ ، $^+$٥ ، ... }، ومجموعة الأعداد الصحيحة السالبة: ص$^-$ = { $^-$١ ، $^-$٢ ، $^-$٣ ، $^-$٤ ، $^-$٥ ، ... }، والمجموعة { ٠ } التي تحتوي على الصفر باعتباره

ليس عدداً موجباً وليس عدداً سالباً، وبناءاً على ما تقدم يكون:

أ) ص= $ص^+ \cup ص^- \cup \{٠\}$

ب) $٢^+ \in$ ص وتقرأ موجب ٢ ينتمي إلى ص.

ج) $٢^- \in$ ص وتقرأ سالب ٢ ينتمي إلى ص.

**بعض خواص مجموعة الأعداد الصحيحة:**

١- مجموعة الأعداد الصحيحة مجموعة غير منتهية.

٢- ص = { ... ، $٣^+$ ، $٢^+$ ، $١^+$ ، ٠ ، $١^-$ ، $٢^-$ ، $٣^-$ ، ... }.

٣- لا يوجد في مجموعة الأعداد الصحيحة أصغر عدد ولا أكبر عدد.

٤- الصفر هو العدد الصحيح الوحيد غير السالب وغير الموجب.

٥- أصغر عدد صحيح موجب هو ($١^+$).

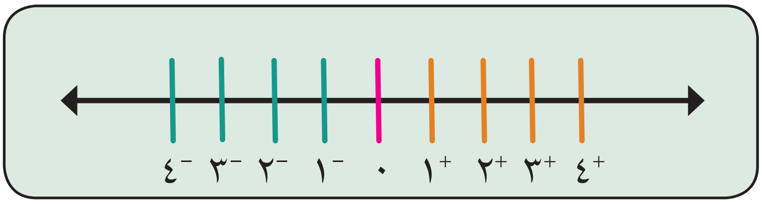
٦- أكبر عدد صحيح سالب هو ($١^-$).

٧- الصفر أصغر من أي عدد صحيح موجب وأكبر من أي عدد صحيح سالب.

٨- في حالة عدم وجود إشارة للعدد الصحيح فهذا يعني أن العدد الصحيح موجباً.

## ٢-٢ تمثيل الأعداد الصحيحة على خط الأعداد

تمثل الأعداد الصحيحة على خط الأعداد بوضع صفر (٠) في وسطه، ووضع جميع الأعداد الصحيحة الموجبة يمين الصفر تصاعدياً وبأبعاد متساوية، وجميع الأعداد الصحيحة السالبة يسار الصفر تنازلياً وبنفس الأبعاد.



## ٢-٣ مطلق العدد الصحيح | |

مطلق العدد الصحيح هو عدد الوحدات على طول خط الأعداد من النقطة التي تمثل الصفر إلى النقطة التي تمثل ذلك العدد . فمثلاً مطلق العدد $({}^{-}٥)$ يساوي (٥) وذلك لأن النقطة التي تمثل العدد $({}^{-}٥)$ تبعد (٥) وحدات عن النقطة التي تمثل الصفر على خط الأعداد، وكذلك فإن مطلق العدد $({}^{+}٣)$ يساوي (٣)، أي أن مطلق العدد هو بُعد العدد عن الصفر. ويرمز له بالرمز | | فمثلاً مطلق العدد أ يرمز له بالرمز | **أ** |. ويمكن القول أن مطلق أي عدد هو العدد نفسه بدون إشارة.

أمثلة:

١) $\left|{}^{+}١٠\right| = ١٠$ ، $\left|{}^{-}١٠\right| = ١٠$

$\therefore \left|{}^{+}١٠\right| = \left|{}^{-}١٠\right| = ١٠$

٢) $\left|{}^{-}٧\right| = ٧$ ، $\left|{}^{+}٧\right| = ٧$

$\therefore \left|{}^{-}٧\right| = \left|{}^{+}٧\right| = ٧$

٣) $\left|{}^{+}٢٥\right| = ٢٥$ ، $\left|{}^{-}٢٥\right| = ٢٥$

$\therefore \left|{}^{+}٢٥\right| = \left|{}^{-}٢٥\right| = ٢٥$

## ٢-٤ ترتيب ومقارنة الأعداد الصحيحة

لترتيب ومقارنة الأعداد الصحيحة نستخدم خط الأعداد وتكون المقارنة كالآتي:

١- نمثّل الأعداد المراد ترتيبها أو مقارنتها على خط الأعداد.

٢- إذا كان المطلوب ترتيب الأعداد تصاعدياً نبدأ بكتابة الأعداد ابتداءاً من جهة اليسار وصولاً إلى آخر عدد من جهة اليمين.

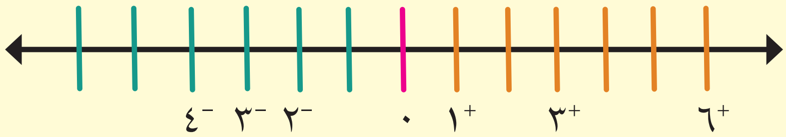
٣- إذا كان المطلوب ترتيب الأعداد تنازلياً نبدأ بكتابة الأعداد ابتداءاً من جهة اليمين وصولاً إلى آخر عدد من جهة اليسار.

٤- أي عدد صحيح يقع على يمين أي عدد صحيح آخر يكون أكبر منه، وأي عدد صحيح يقع على يسار أي عدد صحيح آخر يكون أصغر منه.

مثال رقم ١

**رتّب الأعداد الآتية تصاعدياً :** ٤$^{-}$ ، ٦$^{+}$ ، ٣$^{+}$ ، ٢$^{-}$ ، ٠ ، ١$^{+}$ ، ٣$^{-}$

**الحل:** ١- نمثّل الأعداد المطلوبة في السؤال على خط الأعداد كالآتي:

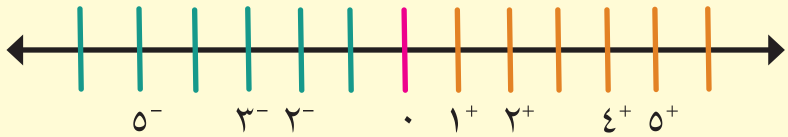



٢- بما أن المطلوب ترتيب الأعداد تصاعدياً، لذا فإننا سندرجها من اليسار إلى اليمين وكالآتي: ٤$^{-}$ ، ٣$^{-}$ ، ٢$^{-}$ ، ٠ ، ١$^{+}$ ، ٣$^{+}$ ، ٦$^{+}$

مثال رقم ٢

**رتّب الأعداد الآتية تنازلياً :** +٤ ، -٢ ، +٥ ، +٢ ، +١ ، ٠ ، -٣ ، -٥

**الحل:** ١- نمثّل الأعداد المطلوبة في السؤال على خط الأعداد كالآتي:




٢- بما أن المطلوب ترتيبها تنازلياً، لذا فإننا سندرجها من اليمين إلى اليسار وكالآتي:

+٥ ، +٤ ، +٢ ، +١ ، ٠ ، -٢ ، -٣ ، -٥

مثال رقم ٣

**قارن بين العددين:** ٧$^{+}$ و ٣$^{-}$

**الحل:** بعد تمثيل العددين على خط الأعداد نلاحظ إن العدد ٧$^{+}$ يقع على يمين العدد ٣$^{-}$

∴ ٧$^{+}$ > ٣$^{-}$ ، ٣$^{-}$ < ٧$^{+}$

مثال رقم ٤

**قارن بين العددين:** ٩$^{-}$ و ٦$^{-}$

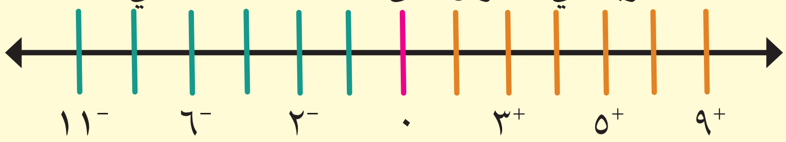
**الحل:** بعد تمثيل العددين على خط الأعداد نلاحظ إن ٩$^{-}$ يقع على اليسار العدد ٦$^{-}$

∴ ٦$^{-}$ > ٩$^{-}$ ، ٩$^{-}$ < ٦$^{-}$

مثال رقم ٥

**رتّب الأعداد الصحيحة الآتية ترتيباً تصاعدياً:** $^{-}$٢ ، $^{+}$٣ ، ٠ ، $^{+}$٥ ، $^{-}$٦ ، $^{+}$٩ ، $^{-}$١١ .

**الحل:** نمثِّل الأعداد المطلوبة في السؤال على خط الأعداد كالآتي:



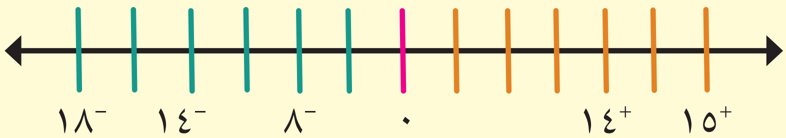

بعد تمثيل الأعداد على خط الأعداد نلاحظ إن $^{-}$١١ يقع أقصى اليسار بالنسبة لباقي الأعداد يليه مباشرة وعلى اليمين $^{-}$٦ ثم $^{-}$٢ ثم الصفر ثم $^{+}$٣ ثم $^{+}$٥ وأخيراً $^{+}$٩ الذي يقع أقصى اليمين بالنسبة لهذه الأعداد. وعليه فإن الأعداد المذكورة تأخذ الترتيب التصاعدي الآتي:

$^{-}$١١ ، $^{-}$٦ ، $^{-}$٢ ، ٠ ، $^{+}$٣ ، $^{+}$٥ ، $^{+}$٩

مثال رقم ٦

**رتّب الأعداد الصحيحة الآتية ترتيباً تنازلياً:** $^{-}$١٨ ، $^{-}$١٤ ، $^{+}$١٥ ، $^{+}$١٤ ، $^{-}$٨

**الحل:** نمثِّل الأعداد المطلوبة في السؤال على خط الأعداد كالآتي:




بعد تمثيل الأعداد على خط الأعداد يتبين لنا أن $^{+}$١٥ يقع أقصى اليمين بالنسبة لباقي الأعداد يليه مباشرة $^{+}$١٤ ثم $^{-}$٨ ثم $^{-}$١٤ وأخيراً $^{-}$١٨ الذي يقع أقصى اليسار بالنسبة لهذه الأعداد.
وعليه فإن الأعداد المذكورة تأخذ الترتيب التنازلي الآتي:

$^{+}$١٥ ، $^{+}$١٤ ، $^{-}$٨ ، $^{-}$١٤ ، $^{-}$١٨

## تمارين (٢-١)

١ ضع علامة ✔ أمام العبارة الصحيحة وعلامة ✖ أمام العبارة الخطأ لكل ممّا يأتي:

أ) $^{-}٥ \in$ ص ب) $^{+}٣ \in$ ط ج) $^{-}٧٣ \notin$ ص

د) $\{ ٠ \} \in$ ص هـ) $^{-}١ \in$ ص و) $^{+}١٥٧ \in$ ص

ز) $^{-}٧ \in$ ط ح) $^{+}١٠٠ \in$ ط ي) $٣٧ \in$ ط

٢ ضع علامة $<$ أو علامة $>$ لتحصل على عبارة صحيحة:

أ) $^{+}٥ \square {}^{+}٣$ ، ب) $^{-}٨ \square {}^{-}٢$ ، ج) $٠ \square {}^{+}٩$ ، د) $^{-}٧ \square {}^{+}٧$

هـ) $^{+}٦ \square {}^{-}٣$ ، و) $^{-}٣٤ \square {}^{-}١٣$ ، ز) $٠ \square {}^{-}٤$ ، ح) $^{-}٩ \square {}^{+}٨$

٣ اكتب رمز العدد الصحيح الواقع بين العددين المذكورين فيما يأتي:

أ) $^{+}٩$ ، $^{+}١١$ هـ) $^{+}٢$ ، $^{+}٤$

ب) $^{+}١$ ، $^{-}١$ و) ٠ ، $^{+}٢$

ج) $^{-}٧$ ، $^{-}٩$ ز) $^{-}٣$ ، $^{-}١$

د) $^{-}٢$ ، ٠

٤ اكتب مطلق الأعداد الصحيحة الآتية:

$^{-}٦$ ، ٠ ، $^{+}٦$ ، $^{-}٤٥$ ، $^{-}١٧٨$ ، $^{+}١٩٥$ ، $^{-}٩٢٧٥$ ، $^{+}١٠٠١$.

٥ رتّب الأعداد الآتية ترتيباً تصاعدياً:

أ) ($^{+}٥$ ، $^{+}٣$ ، $^{-}٨$ ، $^{+}١$ ، $^{-}٢$ ، ٠).

ب) ($^{+}١٢$ ، ٠ ، $^{-}١٨$ ، $^{+}١٥$ ، $^{-}٢٤$ ، $^{+}٢٤$ ، $^{-}١٢$ ، $^{-}١٠$).

ج) ($^{-}٣٨$ ، $^{+}١٢$ ، $^{-}١٩$ ، $^{+}١٧$ ، ٠ ، $^{+}٥$).

٦ رتّب الأعداد الآتية ترتيباً تنازلياً:

أ) ($^{-}٧$ ، $^{+}٨$ ، $^{-}٥$ ، $^{+}٤$ ، $^{-}٩$ ، ٠ ، $^{-}١$).

ب) ($^{-}١٧$ ، $^{-}١٥$ ، $^{+}١٨$ ، $^{+}١٦$ ، $^{-}٥$ ، $^{+}٥$ ، $^{-}١٠$).

ج) ($^{-}١$ ، $^{-}٤٥$ ، $^{-}١٠١$ ، $^{-}١٥$ ، ٠ ، $^{+}١٧$ ، $^{-}٢٧$ ، $^{+}١٠$).

# الدرس الثاني

# العمليات الجبرية على الأعداد الصحيحة

٢

## ٢-٥ العمليات الجبرية على الأعداد الصحيحة:

### ١ عملية جمع الأعداد الصحيحة

لجمع عددين صحيحين وإيجاد الناتج بالشكل الصحيح نتبع ما يأتي:

**أ- إذا كانت إشارتا العددين متشابهتين (+ ، +) أو (- ، -) فإننا نجمع مطلق العددين، وإشارة الناتج نفس إشارتهما.**

**ب- إذا كانت إشارتا العددين مختلفتين (+ ، -) أو (- ، +) فإننا نطرح مطلق العدد الصغير من مطلق العدد الكبير، وإشارة الناتج نفس إشارة العدد الكبير.**

**مثال رقم ١**

**جد ناتج** $^{-}٧ + ^{-}٨$

**الحل:** ∵ **للعددين الإشارة نفسها، لذا نجمع مطلق (⁻٧) مع مطلق (⁻٨). والناتج هو (١٥)، وإشارته هي نفس إشارتهما السالبة. أي أن:**

$^{-}٧ + ^{-}٨ = ^{-}١٥$

**مثال رقم ٢**

**جد ناتج** $^{+}١٠ + ^{+}١٤$

**الحل:** ∵ **للعددين الإشارة نفسها، لذا نجمع مطلق (+١٠) مع مطلق (+١٤). والناتج هو (٢٤)، وإشارته هي نفس إشارتهما الموجبة. أي أن:**

$^{+}١٠ + ^{+}١٤ = ^{+}٢٤$

مثال رقم ٣

**جد ناتج** ١٧$^{-}$ + ٩$^{+}$

**الحل:** نلاحظ بأن إشارتي العددين مختلفتان، لذا نطرح مطلق (٩$^{+}$) من مطلق (١٧$^{-}$). والناتج هو (٨)، وإشارته هي إشارة العدد الكبير السالبة. أي أن:

١٧$^{-}$ + ٩$^{+}$ = ٨$^{-}$

مثال رقم ٤

**جد ناتج** ٧$^{-}$ + ٣٠$^{+}$

**الحل:** ∵ إشارتي العددين مختلفتان، لذا نطرح مطلق (٧$^{-}$) من مطلق (٣٠$^{+}$). والناتج هو (٢٣)، وإشارته هي إشارة العدد الكبير الموجبة. أي أن:

٧$^{-}$ + ٣٠$^{+}$ = ٢٣$^{+}$

## استخدام خط الأعداد لإيجاد ناتج عملية جمع الأعداد الصحيحة

يمكن استخدام خط الأعداد لإيجاد ناتج عملية جمع عددين صحيحين، فإذا كان:

١) العددان مختلفي الإشارة، نسير ابتداءاً من الصفر (٠) إلى اليسار بمقدار العدد السالب، ثم نكمل السير من حيث وقفنا ولكن بعكس الاتجاه (إلى اليمين) بقدر العدد الموجب. وحيث وقفنا يكون ناتج جمع العددين.

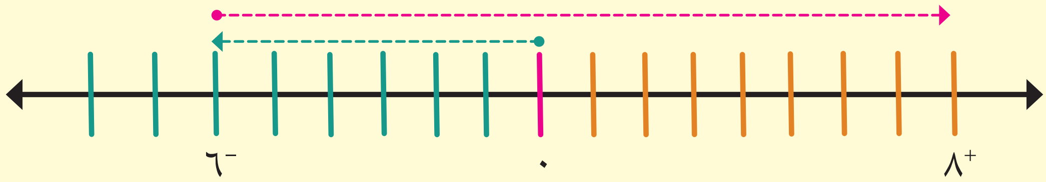
٢) العددان بنفس الإشارة، نسير ابتداءاً من الصفر (٠) إلى اليسار بقدر العدد السالب الأول (إذا كانت إشارتهما سالبة)، ثم نكمل السير من حيث وقفنا وبنفس الاتجاه (إلى اليسار) بقدر العدد السالب الآخر، وحيث وقفنا يكون ناتج جمع العددين.

أما إذا كانت إشارتهما موجبة فنسير ابتداءاً من الصفر (٠) إلى اليمين بقدر العدد الموجب الأول، ثم نكمل السير من حيث وقفنا وبنفس الاتجاه (إلى اليمين) بقدر العدد الموجب الآخر. وحيث وقفنا يكون ناتج جمع العددين.

## مثال رقم ٥

جد ناتج $^{-}٦ + ^{+}١٤$ باستخدام خط الأعداد.

**الحل:** العددان مختلفا الإشارة لذا فإننا نسير ابتداءاً من الصفر (٦) وحدات يساراً (لأن العدد ٦ سالب)، ثم نسير يميناً (١٤) وحدة (لأن العدد ١٤ موجب). فنلاحظ أننا وقفنا عند العدد (٨) من جهة اليمين. لذا فإن الناتج هو ($^{+}٨$) أي أن: $^{+}١٤ + ^{-}٦ = ^{+}٨$

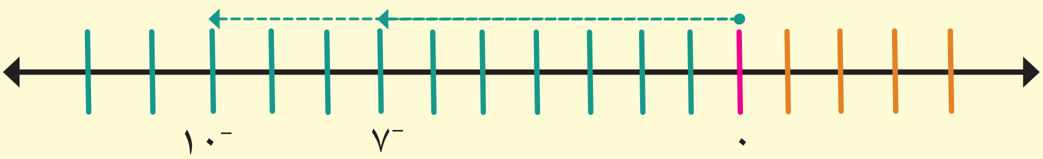



## مثال رقم ٦

جد ناتج $^{-}٧ + ^{-}٣$ باستخدام خط الأعداد.

**الحل:** للعددين الإشارة نفسها (سالبة) لذا فإننا نسير (٧) وحدات يساراً ابتداءاً من الصفر، ثم نكمل السير بنفس الاتجاه (يساراً) بمقدار (٣) وحدات حيث سنصل إلى العدد (١٠). لذا فإن الناتج سيكون ($^{-}١٠$) أي أن:

$^{-}٧ + ^{-}٣ = ^{-}١٠$



## خواص عملية الجمع:

### أولاً: خاصية الإغلاق:

لكل عددين صحيحين أ ، ب يكون:

أ + ب $\in$ ص

أي أن مجموعة الأعداد الصحيحة مغلقة تحت عملية الجمع.

مثال رقم ١

$٣^{+} + ١٧^{-} = ١٤^{-} \in$ ص

مثال رقم ٢

$١٢١^{-} + ٣٣^{-} = ١٥٤^{-} \in$ ص

مثال رقم ٣

$١٦^{+} + ٨٢^{+} = ٩٨^{+} \in$ ص

### ثانياً الخاصية الإبدالية:

لكل عددين صحيحين أ ، ب يكون:

أ + ب = ب + أ

مثال رقم ١

$١٤^{-} + ٨^{+} = ٦^{-}$

$٨^{+} + ١٤^{-} = ٦^{-}$

$\therefore ١٤^{-} + ٨^{+} = ٨^{+} + ١٤^{-}$

### مثال رقم ٢

$${}^{-}٢ + {}^{-}٧ = {}^{-}٩$$

$${}^{-}٧ + {}^{-}٢ = {}^{-}٩$$

$$\therefore {}^{-}٢ + {}^{-}٧ = {}^{-}٧ + {}^{-}٢$$

**ثالثاً: الخاصية التجميعية:**

**لأية ثلاثة أعداد صحيحة أ ، ب ، جـ يكون:**

**أ + (ب + جـ) = (أ + ب) + جـ**

### مثال رقم ١

**اختبر تساوي** $[\,{}^{-}٧ + ({}^{+}٨ + {}^{-}٩)\,]$ و $[\,({}^{-}٧ + {}^{+}٨) + {}^{-}٩\,]$

**الحل:** $ {}^{-}٧ + ({}^{+}٨ + {}^{-}٩) = {}^{-}٧ + {}^{-}١ = {}^{-}٨$

$({}^{-}٧ + {}^{+}٨) + {}^{-}٩ = {}^{+}١ + {}^{-}٩ = {}^{-}٨$

**أي أن :** ${}^{-}٧ + ({}^{+}٨ + {}^{-}٩) = ({}^{-}٧ + {}^{+}٨) + {}^{-}٩$

### مثال رقم ٢

**أثبت أن:** ${}^{+}١٠ + ({}^{+}٣ + {}^{-}٨) = ({}^{+}١٠ + {}^{+}٣) + {}^{-}٨$

**الحل: الطرف الأيمن** $= {}^{+}١٠ + ({}^{+}٣ + {}^{-}٨) = {}^{+}١٠ + ({}^{-}٥) = {}^{+}٥$

**الطرف الأيسر** $= ({}^{+}١٠ + {}^{+}٣) + {}^{-}٨ = ({}^{+}١٣) + {}^{-}٨ = {}^{+}٥$

**الطرف الأيمن = الطرف الأيسر**

$$\therefore {}^{+}١٠ + ({}^{+}٣ + {}^{-}٨) = ({}^{+}١٠ + {}^{+}٣) + {}^{-}٨$$

## رابعاً: العنصر المحايد لعملية الجمع:

لأي عدد صحيح أ يكون:

٠ + أ = أ + ٠ = أ

يسمى العدد صفر بـ(العنصر المحايد الجمعي) لمجموعة الأعداد الصحيحة.

مثال رقم ١

٧$^{-}$ + ٠ = ٠ + ٧$^{-}$ = ٧$^{-}$

مثال رقم ٢

٢$^{+}$ + ٠ = ٠ + ٢$^{+}$ = ٢$^{+}$

مثال رقم ٣

٠ + ٠ = ٠

## خامساً: النظير الجمعي:

يكون العدد الصحيح ب النظيرالجمعي للعدد الصحيح أ إذا كان:

أ + ب = ب + أ = ٠ (العنصر المحايد الجمعي) ∀ أ ، ب ∈ ص

مثال رقم ١

**النظير الجمعي للعدد (٥$^{-}$) هو (٥$^{+}$) لأن (٥$^{-}$) + (٥$^{+}$) = ٠ (المحايد الجمعي)،**

**والنظير الجمعي للعدد (١١$^{+}$) هو (١١$^{-}$) لأن (١١$^{+}$) + (١١$^{-}$) = ٠ (المحايد الجمعي).**

**ملاحظات:**

**١- النظير الجمعي للعدد (٠) هو الصفر نفسه.**

**٢- لكل عدد صحيح أ لا يساوي صفراً يكون نظيره الجمعي هو ( $^{-}$أ ).**

**٣- العدد الصحيح ونظيره الجمعي لهما نفس المطلق.**

مثال رقم ٢

جد النظير الجمعي لكل من الأعداد الآتية:

٤$^{-}$ ، ٤٥$^{+}$ ، ١٠٣$^{-}$ ، ٢٠٠٠$^{-}$ ، ٠ ، ٢١$^{+}$ ، ٨٠$^{+}$

**الحل:**

النظير الجمعي للعدد ٤$^{-}$ هو ٤$^{+}$

النظير الجمعي للعدد ٤٥$^{+}$ هو ٤٥$^{-}$

النظير الجمعي للعدد ٢٠٠٠$^{-}$ هو ٢٠٠٠$^{+}$

النظير الجمعي للعدد ٠ هو ٠

النظير الجمعي للعدد ٢١$^{+}$ هو ٢١$^{-}$

النظير الجمعي للعدد ٨٠$^{+}$ هو ٨٠$^{-}$

## ٢ عملية الطرح للأعداد الصحيحة

### خواص عملية الطرح:

لطرح العدد الصحيح ب من العدد الصحيح أ يتم تحويل عملية الطرح إلى عملية الجمع، وذلك بجمع العدد أ مع النظير الجمعي للعدد ب. أي أن:

أ − ب = أ + ب$^{-}$

مثال رقم ١

جد ناتج ما يأتي:

١) ١٧$^{+}$ − ٥$^{+}$

هنا نقوم بتحديد النظير الجمعي للعدد المطروح وهو (٥$^{-}$) ثم نجمعه مع العدد الأول (١٧$^{+}$)

أي أن: ١٧$^{+}$ − ٥$^{+}$ = ١٧$^{+}$ + ٥$^{-}$ = ١٢$^{+}$

٢) ١٥$^{-}$ − ٦$^{+}$ = ١٥$^{-}$ + ٦$^{-}$ = ٢١$^{-}$

٣) ١١$^{-}$ − ٨$^{-}$ = ١١$^{-}$ + ٨$^{+}$ = ٣$^{-}$

## تمرينات (٢-٢)

١ جد ناتج ما يأتي:

أ) $^{+}$١٤ + $^{+}$٢٨     ب) $^{+}$٩ + $^{-}$١٩     ج) $^{-}$١ + $^{-}$١٥

د) $^{-}$٢٩ + $^{+}$٨٨     هـ) $^{-}$٥ + $^{-}$٦     و) $^{+}$٩ + $^{-}$١٣

ز) $^{-}$٣٠ – $^{-}$٢٠     ح) $^{-}$١٣ + $^{+}$١٢

ط) $^{+}$٢٥ – $^{-}$٣٠     ك) $^{-}$١٣ – $^{-}$١٣

ل) $^{+}$١٦ – $^{+}$١٩     م) $^{+}$٢١٤ – $^{-}$١٦٥

ن) $^{-}$١٧ + $^{-}$١٨     س) $^{-}$٣٢ + $^{+}$٣٩ – $^{+}$٢٣

ع) $^{-}$٢٤ + $^{+}$٢٥ + $^{-}$٣٠     ف) $^{-}$٩٨ + $^{+}$٣٧ + $^{+}$٤٢

ص) $^{+}$١١٤ + $^{-}$٤٤ + $^{-}$٥٦     ق) $^{+}$٤٩ + $^{-}$٦٥ + $^{+}$٢٨

٢ استخدم خط الأعداد لإيجاد ناتج ما يأتي:

أ) $^{+}$١٠ + $^{+}$٦     ب) $^{-}$٩ + $^{+}$٧     ج) $^{+}$٧ + $^{-}$٥

د) $^{+}$١٤ + $^{-}$١٤     هـ) $^{-}$٥ + $^{-}$٦     و) $^{+}$٩ + $^{-}$١

٣ جد النظير الجمعي للأعداد الآتية:

أ) $^{+}$٨     ب) $^{-}$٧     ج) $^{+}$٣٧

د) ٠     هـ) $^{-}$٤٠     و) $^{+}$٦٧

## ٣ عملية ضرب الأعداد الصحيحة

**قاعدة ضرب الإشارات:**

أ- إذا كانت الإشارتان متشابهتان (+ × +) أو (− × −) فالناتج إشارته موجبة (+).

ب- إذا كانت الإشارتان مختلفتان (+ × −) أو (− × +) فالناتج إشارته سالبة (−).

**لضرب عددين صحيحين:**

**١- نضرب إشارتي العددين الصحيحين حسب قاعدة ضرب الإشارات.**

**٢- نضرب العددين الصحيحين.**

أمثلة

١) $^{-}٧ \times {}^{-}٥ = {}^{+}٣٥$

٢) $^{+}٦ \times {}^{+}٤ = {}^{+}٢٤$

٣) $^{-}٧ \times {}^{+}٤٥ = {}^{-}٣١٥$

٤) $^{+}١٨ \times {}^{-}٥ = {}^{-}٩٠$

### خواص عملية الضرب:

**أولاً: خاصية الإغلاق:**

لكل عددين صحيحين أ ، ب يكون:

أ × ب $\in$ ص

أي أن مجموعة الأعداد الصحيحة مغلقة تحت عملية الضرب.

مثال رقم ١

$^{-}٣ \in$ ص ، $^{+}٤ \in$ ص

$^{-}٣ \times {}^{+}٤ = {}^{-}١٢ \in$ ص

**كذلك** $^{+}٥ \times {}^{+}٧ = {}^{+}٣٥ \in$ ص

**وكذلك** $^{-}٤ \times {}^{-}١٣ = {}^{+}٥٢ \in$ ص

## ثانياً: خاصية الإبدال:

لكل عددين صحيحين أ ، ب يكون:

أ × ب = ب × أ

مثال رقم ١

$٢^{+} \times ٣^{+} = ٦^{+}$ ، $٣^{+} \times ٢^{+} = ٦^{+}$

$\therefore$ $٢^{+} \times ٣^{+} = ٣^{+} \times ٢^{+}$

مثال رقم ٢

السؤال: $٤^{-} \times ١١^{-} = ٤٤^{+}$ ، $١١^{-} \times ٤^{-} = ٤٤^{+}$

$\therefore$ $٤^{-} \times ١١^{-} = ١١^{-} \times ٤^{-}$

مثال رقم ٣

$٩^{-} \times ٥^{+} = ٤٥^{-}$ ، $٥^{+} \times ٩^{-} = ٤٥^{-}$

$\therefore$ $٩^{-} \times ٥^{+} = ٥^{+} \times ٩^{-}$

## ثالثاً: خاصية التجميع:

إذا كانت أ ، ب ، جـ أعداد صحيحة فإن:

أ × (ب × جـ) = (أ × ب) × جـ

مثال رقم ١

أثبت أن: $٥^{-} \times (٦^{+} \times ٣^{-}) = (٥^{-} \times ٦^{+}) \times ٣^{-}$

الطرف الأيمن = $٥^{-} \times (٦^{+} \times ٣^{-}) = ٥^{-} \times ١٨^{-} = ٩٠^{+}$

الطرف الأيسر = $(٥^{-} \times ٦^{+}) \times ٣^{-} = ٣٠^{-} \times ٣^{-} = ٩٠^{+}$

$\therefore$ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

وعليه فإن : $٥^{-} \times (٦^{+} \times ٣^{-}) = (٥^{-} \times ٦^{+}) \times ٣^{-}$

## رابعاً: العنصر المحايد لعملية الضرب:

لكل عدد صحيح أ يكون:

١ × أ = أ × ١ = أ     ∀ أ ∈ ص

يسمى العدد الصحيح (١) بـ(العنصر المحايد لعملية ضرب الأعداد الصحيحة).

### مثال رقم ١

أثبت أن −٤٠ × ١ = ١ × −٤٠ = −٤٠

**الحل:** الطرف الأيمن = −٤٠ × ١ = −٤٠

الطرف الأيسر = ١ × −٤٠ = −٤٠

أي أن: −٤٠ × ١ = ١ × −٤٠

### مثال رقم ٢

+١١٥ × ١ = ١ × +١١٥ = +١١٥

**لاحظ أن حاصل ضرب العدد ١ (العنصر المحايد الضربي للأعداد الصحيحة) في أي عدد آخر يساوي العدد نفسه.**

## خامساً: عملية توزيع الضرب على الجمع:

لأية ثلاثة أعداد صحيحة أ ، ب ، جـ يكون:

أ × (ب + جـ) = أ × ب + أ × جـ

### مثال رقم ١

$٢^{-} \times (٥^{+} + ٨^{+}) = (٢^{-} \times ٥^{+}) + (٢^{-} \times ٨^{+}) = ١٠^{-} + ١٦^{-} = ٢٦^{-}$ (لماذا؟)

### مثال رقم ٢

$٣^{-} \times (٤^{-} + ٦^{-}) = (٣^{-} \times ٤^{-}) + (٣^{-} \times ٦^{-}) = ١٢^{+} + ١٨^{+} = ٣٠^{+}$ (لماذا؟)

## ٤ عملية القسمة للأعداد الصحيحة

لإجراء عملية قسمة عدد صحيح على عدد صحيح آخر:

١- نقسم العدد الذي يسبق علامة القسمة (المقسوم) على العدد الصحيح الذي يلي علامة القسمة (المقسوم عليه).

٢- نحدد إشارة العدد الناتج حسب قاعدة ضرب الإشارات.

### أمثلة

١) $٥٤^{-} \div ٦^{-} = ٩^{+}$

٢) $\frac{٣٦^{+}}{+٣} = +١٢$

٣) $٤٢^{-} \div ٧^{+} = ٦^{-}$

٤) $٢٥^{+} \div ٥^{-} = ٥^{-}$

٥) $\frac{١٢١^{+}}{+١١} = +١١$

٦) $١٢٥^{-} \div ٢٥^{+} = ٥^{-}$

٧) $٤^{-} \times ٧^{+} \div ٢^{-} = ٢٨^{-} \div ٢^{-} = ١٤^{+}$

٨) $٨٨^{+} \div ٤^{-} \times ٢^{+} = ٢٢^{-} \times ٢^{+} = ٤٤^{-}$

**ملاحظة**

**ومن الأمثلة السابقة نستنتج :**

١ في حالة خلو المسألة الرياضية من الاقواس واجتمع في المسألة الواحدة الضرب والقسمة والجمع والطرح فإن القسمة والضرب لهم الاولوية على الجمع والطرح؛ أما إن كانت المسألة تحتوي على عمليتي ضرب وقسمة فقط فإن الأولوية تكون حسب ترتيب العملية الحسابية في المسألة سواء كانت الضرب أو القسمة.

# تمرينات (٢-٣)

١ جد ناتج ما يأتي:

١) $^{+}٧$ × $^{-}٥$
٢) $^{-}٤٠$ × $^{-}٦$
٣) $^{-}٢١٥$ × $^{+}١٢$
٤) $^{+}١٧$ × $^{+}١٣$
٥) $^{+}١٠٩$ × $^{-}٩$
٦) $^{-}٣٧$ × $^{-}٥$
٧) $^{-}٥$ × $^{-}٦$ × $^{-}٤$
٨) $^{+}٤$ × $^{-}٦$ × $^{+}٢$
٩) $^{-}١٢$ ÷ $^{+}٣$ × $^{+}٤$
١٠) $^{+}٨٨$ ÷ $^{-}١١$
١١) $^{-}١٤٤$ ÷ $^{+}١٦$
١٢) ($^{-}٥$ × $^{+}٤$) ÷ ($^{-}٢$ × $^{+}١٠$)
١٣) $^{-}٧٢$ ÷ $^{-}٦$
١٤) ($^{+}٣$ × $^{-}٦$) ÷ $^{+}٣$
١٥) ($^{-}٤$ × $^{+}١٢$) ÷ $^{-}٣$
١٦) $^{-}٨٧٥$ ÷ $^{+}٧$
١٧) $^{+}٨٤٨$ ÷ $^{-}٨$
١٨) $^{+}٩٠٩$ ÷ $^{+}٩$

٢ جد ناتج ما يأتي:

١) $^{+}٥$ × ($^{+}٦$ + $^{-}٩$)
٢) $^{-}٣$ × ($^{-}٧$ + $^{+}٤$)
٣) $^{+}٢$ × ($^{-}٥$ + $^{-}٨$)
٤) $^{-}٤$ × ($^{+}٩$ + $^{+}٧$)

## رياضيات فكرية مسلية

### أخبر صديقك بتاريخ ميلاده

١ اطلب منه أن يضرب رقم الشهر × ٢ ثم يضيف العدد (٥) إلى الناتج.

٢ يضرب ناتج الجمع × (٥٠) ثم يضيف إلى ذلك سنوات عمره.

٣ يطرح من الناتج (٣٦٥).

٤ اطلب منه أن يعطيك الناتج الأخير فقط ثم أضف (١١٥).

٥ سيكون الناتج مكوناً من ثلاثة أرقام أو أربعة.

٦ الرقمان الأول والثاني من اليمين هما عمر صديقك بالسنين، وأما الثالث وحده، أو الثالث والرابع فهو الشهر الذي ولد فيه.

# الوحدة الثالثة

# الكسور والنسب المئوية

**بعد الانتهاء**

**من دراسة هذه الوحدة يتوقع من الطالب أن يكون قادراً على أن:**

١. يتعرف على مفهوم الكسور.

٢. يميّز بين الكسر الاعتيادي والكسر المركب.

٣. يتعلم كيفية إجراء العمليات الحسابية الاربعة: (الجمع والطرح والضرب والقسمة على الكسور.

٤. يتعلم كيفية احتساب النسبة المئوية.

٥. يحوِّل الكسور الاعتيادية إلى عشرية.

٦. يحوِّل الكسور الى النسب المئوية.

3

# الدرس الأول

# الكســــور ١

لقد سبق وإن درست عزيزي الطالب الكسور والعمليات عليها في صفوف سابقة، لذا سنقتصر في هذا الفصل على مراجعة بسيطة لها، لزيادة التدريب وتعزيز مهارة إجراء العمليات الأساسية على الكسور وذلك لأهمية التعامل مع الكسور وتطبيقاتها في مواضيع النسب المئوية والزكاة وتطبيقات أخرى، ويمكن كتابة الكسور بالصور الآتية:

## ١ الكسر الاعتيادي

هو العدد الذي يمكن كتابته على شكل:

$\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب $\in$ ص ، ب $\neq$ صفر

مثل: ( $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{-١}{٣}$ ، $\frac{١١}{٧}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٢}{٥}$ ..... الخ )

## ٢ الكسر المركب (العدد الكسري):

هو العدد الذي يمكن كتابته على شكل عدد صحيح وكسر.

مثل: ( $١\frac{١}{٢}$ ، $٩\frac{-٧}{٨}$ ، $١٠\frac{-٢}{٥}$ ، $-٢٥\frac{١}{٤}$ ..... الخ )

## ٣ الكسر العشري

هو العدد الذي يمكن كتابته على شكل أعداد صحيحة مع وجود فارزة بين مراتب العدد.

مثل : ٠,٦ ، $^{-}$٢,٧ ، ٣٥,٠٠٦٠

**ملاحظة**

١ **يمكن تحويل الكسر الاعتيادي إلى كسر عشري، وذلك بقسمة البسط على المقام قسمة طويلة.**

٢ **يمكن تحويل الكسر العشري إلى كسر اعتيادي، وذلك بكتابة الكسر العشري بدون فارزة في البسط وكتابة إحدى قوى العدد عشرة (بعدد المراتب يمين الفارزة) في المقام.**

مثال رقم ١

أ) كيف يتم تحويل (٠,٣٤) و (١,٧) إلى كسر اعتيادي؟

**الحل:** لتحويل الكسر العشري (٠,٣٤) إلى كسر اعتيادي نجعل العدد (٣٤) بسطاً، أما المقام فيكون إحدى قوى العدد عشرة، ولأن يمين الفارزة مرتبتين فإن المقام سيكون (١٠٠).

$$\therefore ٠,٣٤ = \frac{٣٤}{١٠٠} = \frac{١٧}{٥٠}$$

أما الكسر العشري (١,٧) فيكون البسط (١٧) والمقام (١٠).

$$\therefore ١,٧ = \frac{١٧}{١٠}$$

ب) كيف يتم تحويل $\frac{٣}{٤}$ إلى كسر عشري؟

**الحل:** لتحويل كسر اعتيادي إلى كسر عشري نقسم البسط (٣) على المقام (٤) قسمة طويلة كما مبين أدناه:

**القسمة الطويلة:**

```
   ٠,٧٥
٤ | ٣٠
  - ٢٨
   ----
    ٢٠
  - ٢٠
   ----
    ٠٠
```

$$\therefore \frac{٣}{٤} = ٠,٧٥$$

**ملاحظة**

إن الإلمام بالصورتين الاعتيادية والعشرية لبعض الكسور يسهِّل من إجراء العمليات الأساسية على الكسور في صورتيها الاعتيادية والعشرية معاً.

وفيما يأتي مجموعة من الكسور الاعتيادية وما يساويها من الكسور العشرية:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{١}{٢} = ٠,٥$ | $\frac{١}{٤} = ٠,٢٥$ | $\frac{١}{٥} = ٠,٢$ | $\frac{٢}{٥} = ٠,٤$ | $\frac{٣}{٥} = ٠,٦$ |
| $\frac{٤}{٥} = ٠,٨$ | $\frac{١}{٨} = ٠,١٢٥$ | $\frac{٣}{٨} = ٠,٣٧٥$ | $\frac{٥}{٨} = ٠,٦٢٥$ | $\frac{٧}{٨} = ٠,٨٧٥$ |

**ملاحظة**

يمكن تحويل الكسر الاعتيادي إذا كان بسطه أكبر من مقامه إلى عدد كسري (كسر مركب) وذلك بقسمة بسطه على مقامه وكتابة العدد الصحيح وإلى يمينه $\left(\frac{\text{الباقي من القسمة}}{\text{المقام}}\right)$.

# الدرس الثاني

## العمليات الحسابية على الكسور الاعتيادية

٢

### ٣-١ العمليات الحسابية على الكسور

**أولاً: العمليات الحسابية على الكسور الاعتيادية:**

**١ الجمع والطرح:**

**أولاً**

لإجراء عملية الجمع أو الطرح للكسور الاعتيادية وكانت المقامات متساوية فإننا نجري العملية (جمع أو طرح) للبسوط ونضع الناتج في البسط، أما المقام فإننا نضع نفس مقام الكسور.

مثال رقم ١

**جد ناتج ما يأتي:**

أ) $\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٥}$ ب) $\frac{٣}{٢} - \frac{١}{٢}$

**الحل:**

أ) $\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٥} = \frac{٣+١}{٥} = \frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{٣}{٢} - \frac{١}{٢} = \frac{٣-١}{٢} = \frac{٢}{٢} = ١$

**ثانياً**

لإجراء عملية الجمع أو الطرح للكسور الاعتيادية وكانت المقامات غير متساوية فإننا نقوم بما يأتي:

١- نجد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ.) للمقامات وذلك بتحليل المقامات إلى العوامل الأولية ونضعه مقاماً موحداً لجميع الكسور.

٢- نقسم (م.م.أ.) للمقامات على مقام كل كسر ونضرب الناتج في بسطه.

٣- بعد أن أصبحت المقامات متساوية نجمع أو نطرح البسوط كما في (أولاً) أعلاه.

## مثال رقم ٢

**جد ناتج ما يأتي:**

أ) $\frac{٧}{٨} + \frac{٣}{٤}$  ب) $\frac{٤}{٥} - \frac{١}{٢}$

**الحل:**

أ)١- نجد المضاعف المشترك الأصغر (م . م. أ.) بين المقامين (٨ ، ٤) وذلك بتحليلهما إلى عواملهما الأولية:

| | |
|---|---|
| ٨،٤ | ٢ |
| ٤،٢ | ٢ |
| ٢،١ | ٢ |
| ١،١ | |

٢× ٢× ٢= ٨

٢- نقوم بتوحيد المقامات حسب ناتج التحليل:

أ) $\frac{٧\times١}{٨} + \frac{٣\times٢}{٨} = \frac{٧}{٨} + \frac{٦}{٨}$

٣- نقوم بجمع البسوط: $\frac{٧+٦}{٨} = \frac{١٣}{٨}$

**ب)** ١- بنفس الطريقة في فرع (أ) نجد المضاعف المشترك الأصغر (م . م. أ.) بين المقامين (٥ ، ٢) وذلك بتحليلهما إلى عواملهما الأولية:

| | |
|---|---|
| ٥ ، ٢ | ٢ |
| ٥ ، ١ | ٥ |
| ١ ، ١ | |

٢×٥ = ١٠

٢- نقوم بتوحيد المقامات حسب ناتج التحليل: $\frac{٤ \times ٢}{١٠} - \frac{١ \times ٥}{١٠} = \frac{٨}{١٠} - \frac{٥}{١٠}$

٣- نقوم بطرح البسوط: $\frac{٨ - ٥}{١٠} = \frac{٣}{١٠}$

**ملاحظة**

**١- يمكن اختصار العدد الموجود في البسط مع العدد الموجود في المقام (إن وجد اختصار) قبل إجراء عمليتي الجمع أو الطرح (لتبسيط الكسر إلى أبسط صورة).**

**٢- لا يجوز الاختصار في عمليتي الجمع والطرح إلا ضمن الكسر الواحد.**

## مثال رقم ٣

**جد ناتج ما يأتي:**

أ) $\frac{٨}{١٢} + \frac{٣٥}{١٠} - \frac{٣}{١٨}$

**الحل:**

أ)١- نلاحظ وجود اختصار بين البسط (٨) والمقام (١٢) في الكسر الأول إذ أن كلاهما يقبل القسمة على (٤)، وكذلك في الكسر الثاني فكلاهما يقبل القسمة على (٥)، ونفس الشيء في الكسر الثالث فكلاهما يقبل القسمة على (٣)، لذا نجري هذه الاختصارات قبل الجمع والطرح لتبسيط الكسور إلى أبسط صورة ممكنة وكالآتي:

$$\frac{٨ \div ٤}{١٢ \div ٤} + \frac{٣٥ \div ٥}{١٠ \div ٥} - \frac{٣ \div ٣}{١٨ \div ٣} = \frac{٢}{٣} + \frac{٧}{٢} - \frac{١}{٦}$$

٢- نجد المضاعف المشترك الأصغر (م . م. أ.) للمقامات (٣ ، ٢ ، ٦) وذلك بتحليلها إلى عواملها الأولية:

| | |
|---|---|
| ٣ ، ٢ ، ٦ | ٢ |
| ٣ ، ١ ، ٣ | ٣ |
| ١ ، ١ ، ١ | |

٢×٣ = ٦

٣- نقوم بتوحيد المقامات حسب ناتج التحليل:

$$\frac{٢ \times ٢}{٦} + \frac{٧ \times ٣}{٦} - \frac{١ \times ١}{٦} = \frac{٤}{٦} + \frac{٢١}{٦} - \frac{١}{٦}$$

٤- نقوم بجمع البسوط:

$$\frac{٤ + ٢١ - ١}{٦} = \frac{٢٤}{٦} = ٤$$

## ٢ الضرب والقسمة:

**لإجراء عمليتي الضرب و القسمة للكسور يجب ملاحظة ما يأتي:**

**١- تحويل الأعداد الكسرية إلى كسور إعتيادية.**

**٢- تحويل عملية القسمة (÷) إلى ضرب (×)، مع قلب الكسر الذي يأتي بعد علامة القسمة.**

**٣- يمكن اختصار الأعداد الموجودة في البسوط مع الأعداد الموجــودة في المقامات (إن وجد اختصار).**

**٤- ضرب البسوط وحاصل الضرب هو بسط الناتج، ضرب المقامات وحاصل الضرب هو مقام الناتج.**

**٥- في حالة وجود أكثر من عملية يجب إجراء عملية الضرب ثم القسمة، ثم عمليتي الجمع والطرح.**

### مثال رقم ١

**جد ناتج ما يأتي:**

أ) $\frac{١٤}{٢٥} \times \frac{١٥}{٢١}$

**الحل:**

نلاحظ وجود اختصار بين بسط الكسر الأول (١٤) ومقام الكسر الثاني (٢١) إذ أن كلاهما يقبل القسمة على (٧)، وكذلك مقام الكسر الأول (٢٥) وبسط الكسر الثاني (١٥) فكلاهما يقبل القسمة على (٥)، لذا نجري هذه الاختصارات لتبسيط الأعداد إلى أبسط صورة ممكنة وكالآتي:

$$\frac{١٤}{٢٥} \times \frac{١٥}{٢١} = \frac{١٤ \div ٧}{٢٥ \div ٥} \times \frac{١٥ \div ٥}{٢١ \div ٧}$$

$$= \frac{٢}{٥} \times \frac{٣ \div ٣}{٣ \div ٣}$$

$$= \frac{٢}{٥}$$

لاحظ أننا قمنا باختصارٍ ثانٍ في الكسر الثاني بين العدد (٣) في البسط ومثيله في المقام.

**مثال٢ : جد ناتج ما يأتي:** $\frac{٣٦}{٤٩} \div \frac{٩}{٧}$

**الحل:**

١ - نحوِّل عملية القسمة إلى ضرب، مع قلب الكسر الذي يأتي بعد علامة القسمة وكالآتي:

$$\frac{٣٦}{٤٩} \div \frac{٩}{٧} = \frac{٣٦}{٤٩} \times \frac{٧}{٩}$$

٢ - نجري الاختصارات المتاحة كما في المثال السابق وكالآتي:

$$\frac{٣٦ \div ٩}{٤٩ \div ٧} \times \frac{٧ \div ٧}{٩ \div ٩} = \frac{٤}{٧} \times \frac{١}{١} = \frac{٤ \times ١}{٧ \times ١} = \frac{٤}{٧}$$

**مثال٣ : جد ناتج ما يأتي:** $\frac{١٥}{١٢} \div \frac{١٠}{١٨} + \frac{٣}{٤} - \frac{٥٥}{١٦} \times \frac{٢٤}{٤٤}$

**الحل:** ١ - لاحظ أن هناك أكثر من عملية، فيجب أولاً تحويل عملية القسمة إلى ضرب، مع قلب الكسر الذي بعد علامة القسمة، ثم إجراء عملية الضرب، ولكن بالإمكان الاختصار قبل الضرب للتبسيط. فتكون الخطوة الأولى كالآتي:

$$\text{المقدار} = \left(\frac{١٥ \div ٥}{١٢ \div ٦} \times \frac{١٨ \div ٦}{١٠ \div ٥}\right) + \frac{٣}{٤} - \left(\frac{٥٥ \div ١١}{١٦ \div ٨} \times \frac{٢٤ \div ٨}{٤٤ \div ١١}\right)$$

$$= \left(\frac{٣}{٢} \times \frac{٣}{٢}\right) + \frac{٣}{٤} - \left(\frac{٥}{٢} \times \frac{٣}{٤}\right)$$

٢ - نقوم بإجراء عملية الضرب أولاً وكالآتي:

$$= \frac{٩}{٤} + \frac{٣}{٤} - \frac{١٥}{٨}$$

٣ - نقوم بتوحيد المقامات ثم نجري عمليتي الجمع والطرح وكالآتي:

$$= \frac{١٨}{٨} + \frac{٦}{٨} - \frac{١٥}{٨} = \frac{١٨ + ٦ - ١٥}{٨} = \frac{٩}{٨} = ١\frac{١}{٨}$$

**قاعدة**

**في بعض المسائل يتم تحويل العدد الكسري إلى كسر اعتيادي وحسب القاعدة الآتية:**

$$\text{العدد الكسري} = \frac{(\text{المقام} \times \text{العدد الصحيح}) + \text{البسط}}{\text{المقام}}$$

**مثال ٤ : جد ناتج ما يأتي:**

أ) $٢٧\frac{٣}{٤} + ١٢\frac{٢}{٣}$ ، **ب)** $٥٠ - ٣٢\frac{٥}{٧}$ ، **جـ)** $٨\frac{٢}{٥} \times ٣\frac{٤}{٧}$

**د)** $٧\frac{١}{٢} \div ٢\frac{٣}{١٦}$ ، **هـ)** $٢\frac{١}{٥} - ٤\frac{٥}{١٠} \div ١\frac{٣}{٧} + ٢\frac{٢}{١٥} \times ٥\frac{١}{٤}$

**الحل:**

أ) $٢٧\frac{٣}{٤} + ١٢\frac{٢}{٣}$

لإجراء عملية الجمع نحتاج إلى إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامات لتوحيدها ثم إجراء عملية الجمع على البسوط الناتجة.

م. م. أ. للعددين (٤) و(٣) هو (١٢)

$$\therefore\ ٢٧\frac{٣}{٤} + ١٢\frac{٢}{٣} = ٢٧\frac{٣ \times ٣}{١٢} + ١٢\frac{٢ \times ٤}{١٢}$$

$$= ٢٧\frac{٩}{١٢} + ١٢\frac{٨}{١٢}$$

$$= (٢٧ + ١٢)\frac{٩ + ٨}{١٢}$$

$$= ٣٩\frac{١٧}{١٢}$$

$$= ٤٠\frac{٥}{١٢}$$ (**لماذا؟**)

**ملاحظة**:

يمكن حل المثال السابق بتحويل العدد الكسري إلى كسر اعتيادي، واتباع نفس الخطوات السابقة.

**ب)** $٥٠ - ٣٢\frac{٥}{٧}$

**الحل:** نلاحظ أن العدد الأول على شكل عدد صحيح وليس كسر، لذا نقوم بكتابته على شكل عدد كسري، وذلك بعد تجزئته، حيث أن ( $٥٠ = ٤٩ + ١$ )، والعدد (١) يمكن كتابته على شكل كسر اعتيادي:

( $\frac{١}{١}$، $\frac{٢}{٢}$، $\frac{٣}{٣}$، $\frac{٤}{٤}$، $\frac{٥}{٥}$، ... إلخ ) وفي هذا المثال سنختار العدد الكسري $\frac{٧}{٧}$ (**لماذا؟**)

$$\therefore\ ٥٠ - ٣٢\frac{٥}{٧} = ١ + ٤٩ - ٣٢\frac{٥}{٧}$$

$$= \frac{٧}{٧} + ٤٩ - ٣٢\frac{٥}{٧}$$

$$= ٤٩\frac{٧}{٧} - ٣٢\frac{٥}{٧}$$

$$= (٤٩ - ٣٢)\frac{٧ - ٥}{٧}$$

$$= ١٧\frac{٢}{٧}$$

**طريقة ثانية للحل:**

$$٥٠ - ٣٢\frac{٥}{٧} = \frac{٥٠}{١} - \frac{٢٢٩}{٧}$$ (كل عدد صحيح مقامه واحد)

$$= \frac{٥٠ \times ٧}{٧} - \frac{٢٢٩}{٧} = \frac{٣٥٠ - ٢٢٩}{٧} = \frac{١٢١}{٧} = ١٧\frac{٢}{٧}$$

**جـ )** $٨\frac{٢}{٥} \times ٣\frac{٤}{٧}$

**الحل:** في هذا المثال يجب تحويل العددين الكسريين إلى كسرين اعتياديين حسب القاعدة السابقة، وكالآتي:

$$٨\frac{٢}{٥} = \frac{(٨ \times ٥) + ٢}{٥} = \frac{٤٠ + ٢}{٥} = \frac{٤٢}{٥}$$

ونفس العملية نجريها للعدد الثاني كالآتي:

$$٣\frac{٤}{٧} = \frac{(٣ \times ٧) + ٤}{٧} = \frac{٢١ + ٤}{٧} = \frac{٢٥}{٧}$$

$$\therefore \; ٨\frac{٢}{٥} \times ٣\frac{٤}{٧} = \frac{٤٢}{٥} \times \frac{٢٥}{٧}$$

$$= \frac{٤٢ \div ٧}{٥ \div ٥} \times \frac{٢٥ \div ٥}{٧ \div ٧}$$

$$= \frac{٦}{١} \times \frac{٥}{١}$$

$$= ٣٠$$

**د )** $٧\frac{١}{٢} \div ٢\frac{٣}{١٦} = \frac{١٥}{٢} \div \frac{٣٥}{١٦}$

$$= \frac{١٥}{٢} \times \frac{١٦}{٣٥}$$

$$= \frac{١٥ \div ٥}{٢ \div ٢} \times \frac{١٦ \div ٢}{٣٥ \div ٥}$$

$$= \frac{٣}{١} \times \frac{٨}{٧}$$

$$= \frac{٢٤}{٧} = ٣\frac{٣}{٧}$$

هـ ) $2\frac{1}{5} - 4\frac{5}{10} \div 1\frac{3}{7} + 2\frac{2}{15} \times 5\frac{1}{4}$

**الحل:** ١ - نقوم بتحويل الأعداد الكسرية إلى كسور اعتيادية كالآتي:

المقدار $= \frac{11}{5} - \frac{45}{10} \div \frac{10}{7} + \frac{32}{15} \times \frac{21}{4}$

٢ - لاحظ أن هناك أكثر من عملية، فيجب أولاً تحويل عملية القسمة إلى ضرب، مع قلب الكسر الذي بعد علامة القسمة ثم إجراء عملية الضرب، ولكن بالإمكان الاختصار قبل الضرب للتبسيط. فتكون الخطوة الأولى كالآتي:

$\therefore$ المقدار $= \frac{11}{5} - \left(\frac{45 \div 5}{10} \times \frac{7}{10 \div 5}\right) + \left(\frac{32 \div 4}{15 \div 3} \times \frac{21 \div 3}{4 \div 4}\right)$

$= \frac{11}{5} - \left(\frac{9}{10} \times \frac{7}{2}\right) + \left(\frac{8}{5} \times \frac{7}{1}\right) = \frac{11}{5} - \frac{63}{20} + \frac{56}{5}$

وبعد توحيد المقامات نحصل على:

$= \frac{44}{20} - \frac{63}{20} + \frac{224}{20} = \frac{44 - 63 + 224}{20}$

$= \frac{205}{20}$

$= 10\frac{1}{4}$

## الدرس الثالث

### العمليات الحسابية على الكسور العشرية

٣

## ٣-٢ العمليات الحسابية على الكسور

### ثانياً: العمليات الحسابية على الكسور العشرية:

#### ١ الجمع والطرح:

**قاعدة**

**لإجراء عملية الجمع أوالطرح للكسور العشرية يجب أن نساوي عدد المراتب يمين الفارزة بإضافة الأصفار من جهة اليمين ثم نجمع الأرقام المتناظرة.**

مثال رقم ١

**جد ناتج ما يأتي:**

| | | |
|---|---|---|
| أ) ٣,٧٥ + ١٠٥,٦ | ب) ٢٤,٢٠٥ − ١٥,٤٩ | ج) ٣٠,١١ − ٤٥,٦ |

**الحل:**

أ) ٣,٧٥ + ١٠٥,٦ = ٣,٧٥ + ١٠٥,٦٠ = ١٠٩,٣٥

وبنفس الطريقة يمكن إجراء عملية الجمع بصورة عمودية:

```
   ٣,٧٥
 ١٠٥,٦٠  +
 ———————
 ١٠٩,٣٥
```

ب) ٢٤,٢٠٥ − ١٥,٤٩ = ٢٤,٢٠٥ − ١٥,٤٩٠ = ٨,٧١٥

ج) ٣٠,١١ − ٤٥,٦٠

الحل: ∵ إشارة العددين مختلفة

∴ الناتج سيتكون من الفرق بينهما (الصغير من الكبير) والإشارة للأكبر.

٣٠,١١ − ٤٥,٦٠ = − ١٥,٤٩

## ٢ الضرب:

**قاعدة**

عند ضرب الكسور بصورتها العشرية نتجاهل الفارزة ويتم ضرب الأعداد اعتيادياً ونعدّ المراتب ابتداءاً من الآحاد بقدر مجموع عدد المراتب يمين الفارزة في العددين ثم نضع الفارزة.

مثال رقم ١

**جد ناتج ما يأتي:**

أ) ١٣,٢٥ × ٧,٠٥

**الحل:**

نجد حاصل ضرب العددين بعد تجاهل فارزتهما   ١٣٢٥ × ٧٠٥

= ٩٣٤١٢٥

نحسب المراتب ابتداءاً من الآحاد بقدر مجموع عدد المراتب يمين الفارزة في العددين أي نعدّ (٤) مراتب من الآحاد ثم نضع الفارزة فيصبح الناتج لعملية الضرب للكسرين العشريين هو ٩٣,٤١٢٥

```
    ١٣,٢٥
    ٧,٠٥   ×
  ———————
    ٦٦٢٥
   ٠٠٠٠
  ٩٢٧٥     +
  ———————
 ٩٣,٤١٢٥
```

## ٣ القسمة:

**قاعدة**

قبل إجراء عملية القسمة للكسور العشرية نحول المقسوم عليه إلى عدد صحيح بعد ضربه في إحدى قوى العدد عشرة (بعدد المراتب يمين الفارزة)، مع مراعاة ضرب المقسوم في نفس العدد (قوى العدد عشرة هي ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ...) ثم نجري العملية بالقسمة الطويلة.

## مثال رقم ١

**جد ناتج ما يأتي:**

٦١,٣٢ ÷ ٧,٣

**الحل:**

∵ عدد المراتب يمين الفارزة في المقسوم عليه (٧,٣) مرتبة واحدة لذا نضرب المقسوم عليه في (١٠) وكذلك نضرب المقسوم في (١٠) لنحصل على:

٧,٣ × ١٠ = ٧٣

٦١,٣٢ × ١٠ =٦١٣,٢

∴ ٦١,٣٢ ÷ ٧,٣ = ٦١٣,٢ ÷ ٧٣ = ٨,٤

**القسمة الطويلة:**

```
      ٨,٤
٧٣ | ٦١٣,٢
     ٥٨٤   -
     ٢٩٢
     ٢٩٢   -
     ...
```

**ملاحظة**

عند إجراء العمليات الأساسية على الكسور في صورتيها الاعتيادية والعشرية معاً، يلزم تحويلها لتصبح جميعها في صورة واحدة.

## مثال رقم ٢

**جد ناتج ما يأتي:**

أ) ٤,٥ + ٨ $\frac{٣}{٤}$

ب) ٢٥ $\frac{٢}{٥}$ - ٩,٧٥

ج) ١١ $\frac{٣}{٨}$ × ٦,٤

د) ٣٦,٤٥ ÷ ٤ $\frac{١}{٢}$

هـ) ٢٣ $\frac{١}{٥}$ + ٣٢,٥ - ٣٦ $\frac{١}{٤}$

**الحل:**

أ) نلاحظ أن الكسر الأول عشري بينما الثاني عدد كسري، لذا يجب توحيد صورة الكسرين قبل إجراء عملية الجمع، وذلك إما بجعلهما عشريين أو اعتياديين وكالآتي:

$$٤{,}٥ + ٨\frac{٣}{٤} = ٤\frac{١}{٢} + ٨\frac{٣}{٤} = ٤\frac{٢}{٤} + ٨\frac{٣}{٤} = ١٢\frac{٥}{٤} = ١٣\frac{١}{٤}$$

أو $$= ٤{,}٥ + ٨{,}٧٥ = ١٣{,}٢٥$$

ب) $$٢٥\frac{٢}{٥} - ٩{,}٧٥ = ٢٥\frac{٢}{٥} - ٩\frac{٣}{٤} = ٢٥\frac{٨}{٢٠} - ٩\frac{١٥}{٢٠} = ٢٤\frac{٢٨}{٢٠} - ٩\frac{١٥}{٢٠} = ١٥\frac{١٣}{٢٠}$$

أو $$= ٢٥{,}٤ - ٩{,}٧٥ = ٢٥{,}٤٠ - ٩{,}٧٥ = ١٥{,}٦٥$$

ج) $$١١\frac{٣}{٨} \times ٦{,}٤ = ١١\frac{٣}{٨} \times ٦\frac{٤}{١٠} = \frac{٩١}{٨} \times \frac{٦٤}{١٠} = \frac{٩١ \times ٨}{١٠} = \frac{٩١ \times ٤}{٥} = \frac{٣٦٤}{٥}$$

$$= ٧٢\frac{٤}{٥}$$

أو: $$١١\frac{٣}{٨} \times ٦{,}٤ = ١١{,}٣٧٥ \times ٦{,}٤ = ٧٢{,}٨$$

$$\begin{array}{r} ١١٣٧٥ \\ \times \quad ٦٤ \\ \hline ٤٥٥٠٠ \\ + \quad ٦٨٢٥٠ \\ \hline ٧٢٨٠٠٠ \end{array}$$

د) $$٣٦{,}٤٥ \div ٤\frac{١}{٢} = ٣٦{,}٤٥ \div ٤{,}٥$$

$= ٣٦٤{,}٥ \div ٤٥$ (بضرب المقسوم والمقسوم عليه × ١٠)

$= ٨{,}١$

$$\begin{array}{r|l} & ٨{,}١ \\ \hline ٤٥ & ٣٦٤{,}٥ \\ & - \; ٣٦٠ \\ \hline & ٤٥ \\ & - \; ٤٥ \\ \hline & ٠٠ \end{array}$$

هـ) $٢٣\frac{١}{٥}$ + ٣٢,٥ − $٣٦\frac{١}{٤}$ = ٢٣,٢ + ٣٢,٥ − ٣٦,٢٥ = ٥٥,٧٠ − ٣٦,٢٥ = ١٩,٤٥

أو = $٢٣\frac{١}{٥}$ + $٣٢\frac{١}{٢}$ − $٣٦\frac{١}{٤}$ = $٢٣\frac{٤}{٢٠}$ + $٣٢\frac{١٠}{٢٠}$ − $٣٦\frac{٥}{٢٠}$

= $٥٥\frac{١٤}{٢٠}$ − $٣٦\frac{٥}{٢٠}$ = $١٩\frac{٩}{٢٠}$

هناك تطبيقات واسعة للكسور بكل صورها (الاعتيادية والمركبة والعشرية) في حياتنا العملية كما في الأمثلة الآتية:

### مثال رقم ١

يزن برميل زيت (٨٦,٣) كغم، ويزن وهو فارغ ($٧\frac{٣}{٤}$) كغم، فإذا صب الزيت في (٢٥) علبة فكم غراماً من الزيت يكون في كل علبة؟

**الحل:**

وزن الزيت = وزن البرميل وهو مملوء − وزنه وهو فارغ

= ٨٦,٣ − $٧\frac{٣}{٤}$ = ٨٦,٣٠ − ٧,٧٥ = ٧٨,٥٥ كغم

وزن الزيت في العلبة الواحدة = ٧٨,٥٥ ÷ ٢٥ = ٣,١٤٢ كغم = ٣١٤٢ غم

### مثال رقم ٢

قطعة أرض على شكل متوازي أضلاع طول قاعدته (٣٤,٤) متر وارتفاعه (٢٨,٦) متر، خطط فيها بناء مسجد على شكل دائرة نصف قطرها (١٤) متراً. احسب مساحة الجزء المتبقي من الأرض.

**الحل:**

مساحة متوازي الأضلاع = القاعدة × الارتفاع

مساحة قطعة الأرض = ٣٤,٤ × ٢٨,٦ = ٩٨٣,٨٤ م$^{٢}$

مساحة الدائرة = نق$^{٢}$ × ط = نق × نق × ط

∴ مساحة المسجد = ١٤ × ١٤ × $\frac{٢٢}{٧}$ = ٢٨ × ٢٢ = ٦١٦ م$^{٢}$

∴ مساحة الجزء المتبقي = المساحة الكلية لقطعة الأرض − مساحة المسجد

= ٩٨٣,٨٤ − ٦١٦,٠٠ = ٣٦٧,٨٤ م$^{٢}$

## تمرينات (٣ـ١)

س ١ ) جد ناتج ما يأتي:

١) $\frac{٣}{٥} + \frac{٢}{٣}$

٢) $\frac{٢}{٥} - \frac{٣}{١٠}$

٣) $٣\frac{١}{٢} + ٢\frac{١}{٥}$

٤) $٥\frac{١}{٣} - ٣\frac{٢}{٥}$

٥) $٧\frac{٣}{١٠} - ٥\frac{٢}{٥} + ٣\frac{٥}{٦}$

٦) $\frac{١٥}{٦} \times \frac{٣}{٥}$

٧) $\frac{٧}{٦} \times \frac{٢٧}{٨} \times \frac{١٦}{٩}$

٨) $\frac{٤٥}{٦٣} \div \frac{٢٥}{٧}$

٩) $٥\frac{٣}{٤} \times ٣\frac{١}{٥}$

١٠) $٣\frac{١}{٢} \div ٢\frac{١}{٣}$

١١) $١\frac{١}{٢} \times ٣\frac{١}{٣} \times ٥\frac{١}{٤}$

١٢) $٢\frac{٥}{٨} \times ٣\frac{٦}{٧} \div ٣\frac{٣}{٥}$

١٣) $٤\frac{١}{٢} + ٧\frac{١}{٣} \times ٣\frac{٣}{٤}$

١٤) $\left(٣\frac{١}{٢} - ٢\frac{١}{٣}\right) \times \frac{٩}{١٤}$

١٥) $٢\frac{١}{٢} \times ٣\frac{١}{٥} + ٣\frac{١}{٢} \div \frac{٧}{١٢}$

١٦) ٢ − ٠,٣٧٥

١٧) ٠,١٠٧ + ٢,٦

١٨) ٧,٦٥ + ٠,٤

١٩) ١٠ ,٨٦ − ٦, ٨٧٢

٢٠) ١,٧٥ × ١٣

٢١) ٠,٥٨١ × ٩٠ ,٥

٢٢) ١٨ ,٥٤ ÷ ٤,٥

٢٣) ٥٨ ,٨ ÷ ٢٤

٢٤) ٢٢ ,٠٨ ÷ $٣\frac{١}{٥}$

٢٥) ٩,٣٤ × $٢\frac{٧}{٨}$

٢٦) ٢٣٠ ,٧٥ − $٧\frac{٧}{٨}$

**س٢)** إذا كان سعر برميل النفط ( ٥٧,٥ ) دولار، ما ثمن ( ١٢٠ ) برميل ؟

**س٣)** اشترت سيدة ( $٤\frac{١}{٢}$ ) كغم من اللحم بسعر ( $٧\frac{١}{٢}$ ) دينارللكيلو الواحد، ثم اشترت ( $٥\frac{١}{٤}$ ) كيلو بطاطا بسعر ( ٠,٧٥ ) دينار للكيلو الواحد. فكم ديناراً دفعت للبائع ؟

**س٤)** قطعة قماش طولها ( $٣٠\frac{٥}{٨}$ ) م، قطع منها ( ٦ ) قطع طول كل منها ( ٤,٥ ) م، فما طول الجزء الباقي؟

**س٥)** مسجد مستطيل الشكل طوله ( $١٥\frac{٥}{٦}$ ) م، وعرضه ( $٩\frac{١}{٣}$ ) م. احسب مساحته ومحيطه.

**س٦)** بني مسجدان، الأول مربع الشكل طول ضلعه (٨,٦٥) م، والثاني مستطيل الشكل طوله ( ١٢,٦ ) م وعرضه (٧,٨) م، فأيهما أكبر؟

**س٧)** تاجر أجهزة كهربائية لديه (٢٥٠) مذياع، باع ( $\frac{٢}{٥}$ ) منها بسعر ( $٦\frac{١}{٤}$ ) ديناراً للمذياع الواحد، ثم باع الباقي بسعر (٥,٧٥) دينار للمذياع الواحد، فجد ثمن بيع جميع الأجهزة.

# النسب المئوية

٤

## ٣-٢ النسبة المئوية ٪

هي عبارة عن كسر اعتيادي مؤلف من عدد في البسط و(١٠٠) في المقام. ويرمز للنسبة المئوية بالرمز ( ٪ ) فمثلاً (٦ ٪) وتقرأ ستة بالمئة ، (١٥ ٪) ، (١٠٠ ٪) ... وهكذا. فمثلاً:

$\frac{٣}{١٠٠} = ٣٪$ ، $\frac{٢٥}{١٠٠} = ٢٥٪$ ، $\frac{١٥٦}{٧} = ١٥٦٪$ ، $\frac{٢٣١٥}{٧} = ٢٣١٥٪$

### ١ تحويل الكسور إلى النسب المئوية

**قاعدة**

أ- لتحويل الكسر الاعتيادي إلى نسبة مئوية يتم ضرب كل من البسط والمقام في عدد بحيث يتحول المقام دائماً إلى (١٠٠) ثم نضع البسط وإلى يساره علامة ٪

## مثال رقم ١

حوِّل الكسورالآتية إلى نسب مئوية:

أ) $\frac{٧}{٢٥}$ ب) $\frac{٤}{٥}$ ج) $\frac{٧}{٨}$

**الحل:** أ) $\frac{٧}{٢٥} = \frac{٧ \times ٤}{٢٥ \times ٤} = \frac{٢٨}{١٠٠} = ٢٨ ٪$

ب) $\frac{٤}{٥} = \frac{٤ \times ٢٠}{٥ \times ٢٠} = \frac{٨٠}{١٠٠} = ٨٠ ٪$

ج) $\frac{٧}{٨} = \frac{٧ \times ١٢٥}{٨ \times ١٢٥} = \frac{٨٧٥}{١٠٠٠} = \frac{٨٧,٥}{١٠٠} = ٨٧,٥ ٪$

ملاحظة: يمكن الحصول على النسبة المئوية بقسمة البسط على المقام قسمة طويلة وكالآتي:

**القسمة الطويلة:**

```
  ٠,٨٧٥
٨ ⟌ ٧٠
   ٦٤ -
   ٦٠
   ٥٦ -
   ٠٤٠
    ٤٠
    ٠٠
```

**قاعدة**

**ب- لتحويل الكسر العشري إلى نسبة مئوية يتم تحويل الفارزة العشرية إلى اليمين مرتبتين ثم نضع علامة النسبة المئوية ٪.**

مثال رقم ٢

حوّل الكسور الآتية إلى نسب مئوية:

أ) ٠,٥ ب) ٠,٤٥ ج) ٠,٢٧٥

**الحل:**

أ) ٠,٥ = ٥٠٪

ب) ٠,٤٥ = ٤٥٪

ج) ٠,٢٧٥ = ٢٧,٥٪

## ٢ تحويل النسب المئوية إلى الصورة الكسرية

**قاعدة**

**أ- لتحويل النسبة المئوية إلى كسر اعتيادي:**

**١- نقسم العدد المكتوب يمين علامة النسبة المئوية (٪) على (١٠٠).**

**٢- نجري الاختصارات بين البسط والمقام (إن وجدت).**

## مثال رقم ١

حوّل النسب المئوية الآتية إلى كسور اعتيادية:

أ) ٧٥٪ ب) ١٦٥٪ ج) ٢,٥٪ د) $١٢\frac{١}{٢}\%$

**الحل:**

أ) $٧٥\% = \frac{٧٥}{١٠٠} = \frac{٧٥ \div ٢٥}{١٠٠ \div ٢٥} = \frac{٣}{٤}$

ب) $١٦٥\% = \frac{١٦٥}{١٠٠} = \frac{١٦٥ \div ٥}{١٠٠ \div ٥} = \frac{٣٣}{٢٠} = ١\frac{١٣}{٢٠}$

جـ) $٢,٥\% = \frac{٢,٥}{١٠٠} = \frac{٢٥}{١٠٠٠} = \frac{٢٥ \div ٢٥}{١٠٠٠ \div ٢٥} = \frac{١}{٤٠}$

د) $١٢\frac{١}{٢}\% = ١٢\frac{١}{٢} \div ١٠٠ = \frac{٢٥}{٢} \times \frac{١}{١٠٠} = \frac{١}{٨}$

### قاعدة

ب- لتحويل النسبة المئوية إلى كسر عشري:

١- نرفع علامة النسبة المئوية.

٢- نضع الفارزة على يسار آحاد العدد بمقدار مرتبتين.

٣- إذا كانت النسبة المئوية متكونة من كسر عشري فنحرك الفارزة مرتبتين إلى اليسار.

مثال رقم ١

حوّل النسب المئوية الآتية إلى كسور عشرية:

أ) ١٪ ب) ١٦٪ ج) ١٢٥٪ د) $\frac{١}{٤}$٧٪

الحل:

أ) ١٪ = ٠,٠١

ب) ١٦٪ = ٠,١٦

ج) ١٢٥٪ = ١,٢٥

د) $\frac{١}{٤}$٧٪ = ٧،٢٥٪ = ٠,٠٧٢٥

**أمثلة تطبيقية على النسب المئوية:**

مثال رقم ١

قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها (٤٠) م وعرضها (٣٥) م. بُني عليها مسجد مساحته (١٠٥٠) م٢. احسب النسبة المئوية لمساحة المسجد إلى مساحة الأرض.

الحل:

مساحة قطعة الارض = الطول × العرض = ٤٠ × ٣٥ = ١٤٠٠ م$^{٢}$

**قاعدة**

**النسبة المئوية** = $\left(\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}\right) \times ١٠٠$

النسبة المئوية = $\frac{\text{مساحة المسجد}}{\text{مساحة الارض}} \times ١٠٠ = \frac{١٠٥٠}{١٤٠٠} \times ١٠٠ = \frac{١٠٥٠}{١٤} = ٧٥٪$

مثال رقم ٢

وزّع خالد مبلغاً من زكاته على (٨٥٪) من الفقراء البالغ عددهم (٤٠) فقيراً. كم فقيراً شملهم خالد في التوزيع؟

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times ١٠٠ = \frac{\text{عدد الفقراء}}{\text{العدد الكلي للفقراء}} \times ١٠٠$$

عدد الفقراء = النسبة المئوية × العدد الكلي للفقراء

$$\text{عدد الفقراء} = \frac{٨٥}{١٠٠} \times ٤٠ = \frac{٨٥}{١٠} \times ٤ = \frac{٣٤٠}{١٠} = ٣٤ \text{ فقيراً}$$

## تمارين (٣-٢)

١ حوّل الكسور الآتية إلى نسب مئوية:

أ) $\frac{٩}{١٠}$ ب) $\frac{١٤}{٢٠}$ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{١}{٤٠}$

هـ) ٠,٢٧ و) ٠,٠٨ ز) ٠,١ ح) ١,٧ و) ٠,١٣٢

٢ حوّل النسب المئوية الآتية إلى كسور اعتيادية:

أ) ٤٠ ٪ ب) ٣٢ ٪ ج) ٢٥٠ ٪

د) $٢\frac{١}{٢}$٪ هـ) $٦٢\frac{١}{٢}$٪ و) $٣٣\frac{١}{٣}$٪

٣ حوّل النسب المئوية الآتية إلى كسور عشرية:

أ) ٥ ٪ ب) ٤٧ ٪ ج) ١٢٠ ٪

د) $١٥\frac{١}{٢}$٪ هـ) ٧,٥ ٪ و) $٢\frac{١}{٢}$٪

٤ يتقاضى موظف راتباً قدره (١٢٠٠٠٠) ديناراً، يدفع مبلغ (٣٠٠٠٠) ديناراً أجور سكن. احسب النسبة المئوية لكلفة السكن من مقدار الراتب.

٥ عدد تلاميذ مدرسة (٨٠٠) تلميذاً، منهم (٣٢٠) تلميذاً في الصف الأول، و(٢٥٠) تلميذاً في الصف الثاني، والباقي في الصف الثالث. المطلوب حساب كل من:

أ ـ النسبة المئوية لطلاب الصف الأول.

ب ـ النسبة المئوية لطلاب الصف الثاني.

ج ـ النسبة المئوية لطلاب الصف الثالث.

٦ (٢٠٪) من عدد المقاعد مخصصة لركاب الدرجة الأولى في طائرة عدد مقاعدها (٤٥) مقعداً، جد كل من عدد مقاعد الدرجتين الأولى والسياحية في الطائرة.

٧ مع باسل (٣٥٠٠) ديناراً، أنفق منها (٧٠٠) ديناراً. احسب النسبة المئوية لما تبقى.

# الوحدة الرابعة

# التطبيقات على الكسور

**بعد الانتهاء**

**من دراسة هذه الوحدة يتوقع من الطالب أن يكون قادراً على أن:**

١. يتعلم كيفية أحتساب الزكاة.

٢. يعرف حصص كل من الاب و الام والزوج والزوجة والولد والبنت من الميراث.

٣. يربط بين الكسور والميراث.

4

# زكـــاة المال والمواريـــث

١

## ٤-١ زكاة المال

﴿ وَأَقِيمُوا۟ ٱلصَّلَوٰةَ وَءَاتُوا۟ ٱلزَّكَوٰةَ ۚ وَمَا تُقَدِّمُوا۟ لِأَنفُسِكُم مِّنْ خَيْرٍ تَجِدُوهُ عِندَ ٱللَّهِ ۗ إِنَّ ٱللَّهَ بِمَا تَعْمَلُونَ بَصِيرٌ ١١٠ ﴾

[البقرة: ١١٠] الزكاة ركن من أركان الإسلام الخمسة التي فرضها الله سبحانه وتعالى على المقتدرين من المسلمين تطهيراً للنفس والمال. وقد حدد أوجه صرفها في قوله تعالى من سورة التوبة:

﴿ إِنَّمَا ٱلصَّدَقَٰتُ لِلْفُقَرَآءِ وَٱلْمَسَٰكِينِ وَٱلْعَٰمِلِينَ عَلَيْهَا وَٱلْمُؤَلَّفَةِ قُلُوبُهُمْ وَفِى ٱلرِّقَابِ وَٱلْغَٰرِمِينَ وَفِى سَبِيلِ ٱللَّهِ وَٱبْنِ ٱلسَّبِيلِ ۖ فَرِيضَةً مِّنَ ٱللَّهِ ۗ وَٱللَّهُ عَلِيمٌ حَكِيمٌ ٦٠ ﴾ [التوبة: ٦٠]

ويشترط لوجوب زكاة المال أن يبلغ النصاب، وأن يمر عليه عام هجري كامل من غير أن ينقص فائض المال عن النصاب الذي يساوي (٢٠٠) درهم فضة (٥٩٥ غراماً تقريباً)، أو (٢٠) مثقالاً من الذهب (٨٥ غراماً تقريباً) أو ثمن ذلك.

وإذا وجبت زكاة المال فإنَّها تحدد بمقدار $\frac{١}{٤٠}$ = ٢,٥٪ من أصل المال (ربع العشر).

**قاعدة**

**مقدار الزكاة** = $\frac{١}{٤٠}$ × **مقدار المال الكلي**

## مثال رقم ١

يمتلك شخص كيلو غراماً من الذهب. احسب مقدار ما يتوجب عليه إخراجه من زكاة.

**الحل:** ملاحظة: لحساب الزكاة يجب أولاً تحويل الكيلوغرام إلى غرام وحسب العلاقة :

الكمية (بالغرام) = الكمية (بالكيلوغرام) × ١٠٠٠

∴ مقدار ما يملك الرجل من الذهب بالغرام = ١ كيلو × ١٠٠٠ = ١٠٠٠ غراماً

**مقدار الزكاة = $\frac{١}{٤٠}$ × مقدار المال الكلي**

مقدار الزكاة = $\frac{١}{٤٠}$ × ١٠٠٠ غم = ٢٥ غراماً من الذهب

## مثال رقم ٢

افتتح أحمد محلاً تجارياً بمبلغ (٣٠) مليون ديناراً، وبعد مرور عام هجري حسب أرباحه فوجدها (١,٠٠٠,٠٠٠) ديناراً. فما مقدار الزكاة الواجب على أحمد إخراجها؟

الحل: من الواضح أن ما يملكه أحمد يزيد عن النصاب

أموال التجارة = ٣٠,٠٠٠,٠٠٠ + ١,٠٠٠,٠٠٠ = ٣١,٠٠٠,٠٠٠ ديناراً

مقدار الزكاة = $\frac{١}{٤٠}$ × مقدار المال الكلي = $\frac{١}{٤٠}$ × ٣١,٠٠٠,٠٠٠ = ٧٧٥٠٠٠ ديناراً

## تمرينات (٤ـ١)

١ ادخر حسام مبلغ (٨٠٠,٠٠٠) ديناراً وقد مرّ عليها عام هجري كامل.احسب مبلغ الزكاة الواجب عليه إخراجها عن هذا المبلغ.

٢ بلغت مدخرات جمال (١٦) مليون ديناراً. احسب الزكاة المستحقة عليها بعد مرور عام هجري كامل من تاريخ اكتمال النصاب.

٣ أسس أحمد محلاً تجارياً بمبلغ (١٠٠) مليون ديناراً، وبعد مضي عام هجري كامل وجد أن أموال تجارته بلغت ( ١١٠) مليون ديناراً. احسب مقدار الزكاة المستحقة عند نهاية هذا العام.

٤ عندما أراد عبدالله إخراج الزكاة قام بحصر ممتلكاته فوجد أنها (٢٠٠,٠٠٠) دينار، و $١\frac{١}{٢}$ كغم من الذهب، و (٤) كغم من الفضة. احسب مقدار الزكاة الواجب عليه إخراجها.

## ٤-٢ الميراث

قال تعالى: ﴿ يوصيكم الله في أولادكم للذكر مثل حظ الأنثيين فإن كن نساء فوق اثنتين فلهن ثلثا ما ترك
وإن كانت واحدة فلها النصف ولأبويه لكل واحد منهما السدس مما ترك إن كان له ولد فإن لم يكن له ولد وورثه
أبواه فلأمه الثلث فإن كان له إخوة فلأمه السدس من بعد وصية يوصي بها أو دين آباؤكم وأبناؤكم لا تدرون أيهم
أقرب لكم نفعا فريضة من الله إن الله كان عليما حكيما ﴿١١﴾ ولكم نصف ما ترك أزواجكم إن لم يكن
لهن ولد فإن كان لهن ولد فلكم الربع مما تركن من بعد وصية يوصين بها أو دين ولهن
الربع مما تركتم إن لم يكن لكم ولد فإن كان لكم ولد فلهن الثمن مما تركتم من بعد وصية
توصون بها أو دين وإن كان رجل يورث كلالة أو امرأة وله أخ أو أخت فلكل واحد منهما السدس فإن
كانوا أكثر من ذلك فهم شركاء في الثلث من بعد وصية يوصى بها أو دين غير مضار وصية من الله
والله عليم حليم ﴿١٢﴾ ﴾ [النساء:١١-١٢]

من التطبيقات على الكسور التي درسناها في الفصل السابق، والتي تهمنا كمسلمين لمعرفة أمور ديننا الحنيف هي الميراث الذي يعنى بحساب حصص كل من ورثة المتوفى المستحقين لأموال تركته.

وسنهتم في هذا الدرس بمسائل بسيطة وغير معقدة لتوضيح كيفية التطبيق.

والجدول الآتي يبين نسبة كل أصحاب الفروض كما قدرها الله تعالى في كتابه العزيز:

| اصحاب الفروض | حالة استحقاقه | نسبته المفروضة | السبب |
|---|---|---|---|
| الأب | إن كان له ابن | السدس $\frac{1}{6}$ | |
| | إن كان له بنت | السدس $\frac{1}{6}$ + الباقي بعد اعطاء فرض البنت | |
| | إن لم يكن له ولد | الباقي بعد طرح فرض الأم وفرض الزوجة | |
| الزوج | إن لم يكن لها ولد | النصف $\frac{1}{2}$ | |
| | إن كان له ولد | الربع $\frac{1}{4}$ | |
| الزوجة | إن لم يكن لها ولد | الربع $\frac{1}{4}$ | |
| | إن كان له ولد | الثمن $\frac{1}{8}$ | |
| الأم | إن لم يكن له ولد | الثلث $\frac{1}{3}$ | |
| | إن كان له ولد | السدس $\frac{1}{6}$ | |
| البنت | إن كانت واحدة بدون أخ | النصف $\frac{1}{2}$ | |
| | إن كانتا اثنتين بدون أخ | الثلثان $\frac{2}{3}$ | |
| | إن كانت واحدة او اكثر مع أخ أو أكثر | الباقي بعد طرح الفروض يقسم للذكر ضعف الأنثى | |

**مسائل في تقسيم تركة المتوفى:**

مثال رقم ١

توفي رجل وخلف تركة مقدارها (٣٠) مليون دينار وزعت على ورثته وهما ولد وبنت فقط فما نصيب كل منهما؟

**الحل:** تـوزع التركة كاملة فـي هـذه الحالـة علـى الولـد والبنـت بالنسـبة الشـرعية ( حصتـان للولـد وحصـة واحـدة للبنـت) لعـدم وجـود والـدان وزوجـة ضمـن المسـتفيدين مـن الميـراث.

**قاعدة**

مجموع الأجزاء = عدد الذكور × ٢ + عدد الإناث × ١

**نصيب الولد** = $\left(\frac{٢}{\text{مجموع ألاجزاء}}\right)$ × مقدار المال المخصص للأبناء

**نصيب البنت** = $\left(\frac{١}{\text{مجموع الاجزاء}}\right)$ × مقدار المال المخصص للأبناء

مجموع الأجزاء = (١ × ٢) + (١ × ١) = ٢ + ١ = ٣

نصيب الولد = $\frac{٢}{٣}$ من المال الكلي (التركة) = $\frac{٢}{٣}$ × المال الكلي

نصيب الولد = $\frac{٢}{٣}$ × ٣٠٠٠٠٠٠٠ = ٢٠٠٠٠٠٠٠ دينار

نصيب البنت = $\frac{١}{٣}$ من المال الكلي = $\frac{١}{٣}$ × المال الكلي

نصيب البنت = $\frac{١}{٣}$ × ٣٠٠٠٠٠٠٠ = ١٠٠٠٠٠٠٠ دينار

### مثال رقم ٢

بلغت تركة متوفى ٩٧٣٠٠٠٠٠ ديناراً يراد تقسيم التركة على ورثته الشرعيين وهم ولدان وثلاثة بنات، فما نصيب كل منهم؟

**الحل:** مجموع الأجزاء =عدد الذكور × ٢ + عدد الأناث × ١

مجموع الأجزاء = ٢ × ٢ + ٣ × ١ = ٤ + ٣ = ٧

نصيب الولد الواحد = $\frac{٢}{٧}$ × ٩٧٣ ٠٠٠٠٠ = ٢٧٨ ٠٠٠٠٠ دينار

نصيب البنت الواحدة = $\frac{١}{٧}$ × ٩٧٣ ٠٠٠٠٠ = ١٣٩ ٠٠٠٠٠ دينار

### مثال رقم ٣

توفي الزوج تاركاً ثروة قدرت بمبلغ (٤٧٧٢٤٠٠٠٠) ديناراً، يراد تقسيم هذه التركة على الورثة الشرعيين وهم (الأب والأم والزوجة وولدان وبنت) احسب نصيب كل منهم.

**ملاحظة**

**يستخرج نصيب كل من الأب والأم والزوجة أولاً ثم يقسم الباقي على الابناء حصة كل من الأب والأم، السدس، أمّا حصة الزوجة فهي الثمن.**

**الحل:**

نصيب الأم = $\frac{١}{٦}$ x ٤٧٧ ٢٤٠ ٠٠٠ = ٧٩٥٤٠٠٠٠ دينار

نصيب الأب = $\frac{١}{٦}$ x ٤٧٧ ٢٤٠ ٠٠٠ = ٧٩٥٤٠٠٠٠ دينار

نصيب الزوجة = $\frac{١}{٨}$ × ٤٧٧٢٤٠٠٠٠ = ٥٩٦٥٥ ٠٠٠ دينار

نصيب الابنـــاء= التركة الكليــة − (نصيـــب الأم + نصيـــب الاب + نصيـب الزوجة)

نصيب الأبناء = ٤٧٧٢٤٠٠٠٠ − [ ٧٩٥٤٠٠٠٠ + ٧٩٥٤ ٠ ٠٠٠ + ٥٩٦٥٥ ٠٠٠ ]

= ٢٥٨٥٠٥ ٠٠٠ دينار

مجموع الأجزاء = (عدد الذكور × ٢ ) + (عدد الإناث × ١ )

**عدد الأجزاء**= (٢ × ٢) + (١ × ١) = ٥

نصيب كل بنت = $\frac{١}{٥}$ × ٢٥٨٥٠٥٠٠٠ = ٥١٧٠١ ٠٠٠ دينار

نصيب كل ولد = $\frac{٢}{٥}$ × ٢٥٨٥٠٥٠٠٠ = ١٠٣٤٠٢ ٠٠٠ دينار

## تمرينات (٤-٢)

١ بلغت تركة متوفى (٤٩) مليون ديناراً يراد تقسيمها على الورثة الشرعيين وهم ثلاثة أولاد وبنت فما نصيب كل منهم ؟

٢ توفي حسن تاركاً زوجة وولدين وبنتاً، وبلغت تركته (٤٨) مليون ديناراً، فما نصيب كل منهم؟

٣ توفي شخص وكان الورثة هم أب وأم وولد وبنتان، وبعد حصر التركة وجدوا أنها بلغت (٦٠) مليون ديناراً، جد نصيب كل منهم من التركة.

٤ توفي عمرو تاركاً ثروة مقدارها (١٤٤) مليون دينار يراد تقسيمها على أمه وزوجته وابنه وبنته، كم يكون نصيب كل منهم؟

٥ توفيت زينب ولها زوج وولد وثلاث بنات فإذا بلغت تركتها (٤٠) مليون ديناراً، احسب نصيب كل منهم.

٦ توفيت سيدة تاركة أمّاً وزوجاً وولدين، فإذا كانت التركة (٢٤٠) مليون ديناراً، فكم نصيب كل من ورثتها؟

٧ توفي شخص تاركاً أماً وأباً وابناً وبنتين وكانت تركته (٩٠) مليون ديناراً، احسب نصيب كل وريث.

# الوحدة الخامسة

## المقادير الجبرية

**بعد الانتهاء**

**من دراسة هذه الوحدة يتوقع من الطالب أن يكون قادراً على أن:**

١. يتعرف على مفهوم الحدود الجبرية ومقاديرها.

٢. يتعلم كيفية استخدام الرموز بدل الأعداد.

٣. يميز بين الثابت والمتغير، والعامل العددي والقسم الرمزي.

٤. يتعلم كيفية جمع وطرح المقادير الجبرية.

٥. يتعرف على مفهوم المعادلة من الدرجة الأولى بمتغير واحد وكيفية حلها.

5

الدرس الاول

١

# استخدام الحروف محل الأعداد

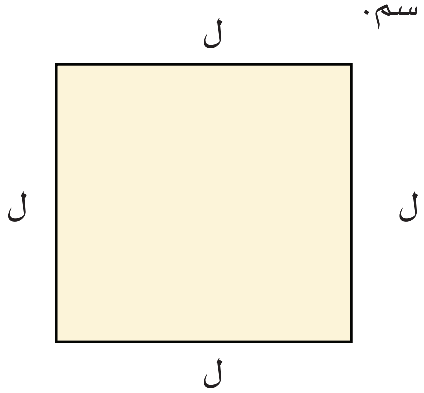
## ٥-١ استخدام الحروف محل الأعداد

تعلمنا سابقاً أن محيط المربع يساوي مجموع أطوال أضلاعها الأربعة المتساوية، أي أن محيط المنطقة المربعة = ٤ أمثال طول الضلع.

فإذا كان طول ضلع المربع = ٥ سم فإن محيطه = ٥ × ٤ = ٢٠ سم.

وبصورة عامة إذا رمزنا لطول ضلع المربع بالرمز ل ، فإن:

محيطه = ٤ × ل = ٤ل (يكتب ٤ل اختصاراً).




كذلك نعلم بأن مساحة المربع تساوي طول الضلع في نفسه، أي أن:

مساحة المنطقة المربعة = ل × ل = $ل^{٢}$

أمَّا المستطيل الشكل فإن محيطها يساوي ضعف مجموع الطول والعرض:

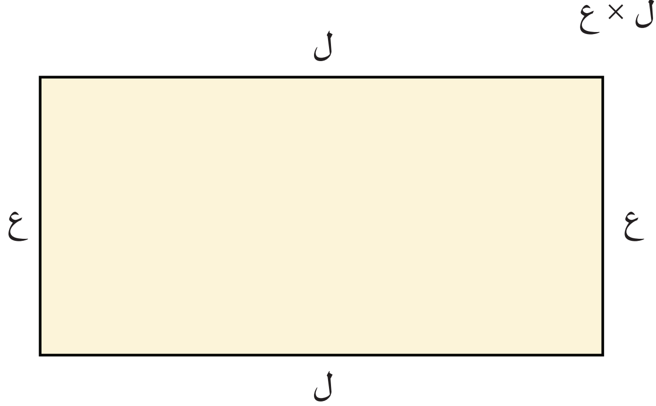
محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)

فإذا كان طول المستطيل (٣) سم، وعرضه (٢) سم فإن: المحيط = ٢ (٣ + ٢) = ٢ × ٥ = ١٠سم

وبوجه عام إذا رمزنا لطول المستطيل بالرمز ل وعرضه بالرمز ع فإن:

محيط المستطيل = ٢ (ل + ع)

وأن مساحة المستطيل = الطول × العرض = ل × ع



**أمثلة أخرى على استخدام الحروف محل الأعداد:**

مثال رقم ١

إذا كان عمرك الآن **س** سنة فكم كان عمرك قبل (٦) سنوات؟ وكم سيكون عمرك بعد (٨) سنوات؟

الحل:

عمري قبل (٦) سنوات = عمري الآن – ٦ سنوات = (س – ٦) سنة

عمري بعد (٨) سنوات = عمري الآن + ٨ سنوات = (س + ٨) سنة

مثال رقم ٢

إذا كان **س** عدداً طبيعياً زوجياً فإن:

العدد الزوجي الذي يلي س مباشرة = س + ٢

العدد الزوجي الذي قبل س مباشرة = س – ٢

العدد الفردي الذي يلي س مباشرة = س + ١

العدد الفردي الذي قبل س مباشرة = س - ١

مثال رقم ٣

إذا كان ق طول قاعدة المثلث و ع ارتفاعه فإن: مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ ق ع

مثال رقم ٤

إذا كانت س ، ص ، ع أطوال أضلاع مثلث فإن محيطه = س + ص + ع

مثال رقم ٥

إذا كان **نق** نصف قطر الدائرة فإن:

مساحة الدائرة = ط نق$^{٢}$ (حيث أن ط هي النسبة الثابتة = $\frac{٢٢}{٧}$ )

محيط الدائرة = ٢ ط نق

## تمرينات (٥ ـ ١)

١ مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه (ع) سم، عبّر بالرموز عن محيطه.

٢ مربع طول ضلعه (س) سم، عبر بالرموز عن محيطه ومساحته.

٣ إذا كان (س) عدداً طبيعياً، فحدّد ثلاثة أعداد صحيحة بعده مباشرة وثلاث قبله مباشرة.

٤ إذا كان (ص) عدداً طبيعياً فردياً فحدّد العدد الفردي الذي يليه، والعدد الفردي الذي قبله مباشرة، وكذلك العدد الزوجي الذي يليه، والعدد الذي يسبقه مباشرة.

٥ مسجد مستطيل الشكل طوله (٤٥) متراً وعرضه (س) متراً.

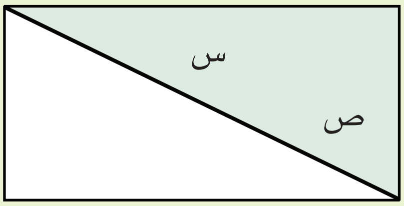
فما: أ) محيطه ب) مساحته

٦ عند خالد (س) كتاباً وعند مصعب (ص) كتاباً. أعطى خالد (٦) كتب لمصعب، فكم كتاباً أصبح عند مصعب؟

٧ إذا كان عمر والدك الآن (ص) سنة، فكم كان عمره قبل (١٠) سنوات؟ وكم سيصبح عمره بعد (١٣) سنة؟

٨ إذا كان (س) يمثل عدداً طبيعياً فكيف نعبر عن خمسة أمثال العدد مطروحاً منه (٧)؟

٩ ما مساحة المستطيل؟ وما مساحة الجزء المظلل من الشكل الآتي:




١٠ جامع مستطيل الشكل طوله (س) وعرضه نصف طوله، عيّن عرضه بدلالة (س)، وبيّن محيطه ومساحته.

١١ انظر إلى الشكل الآتي ثم حدّد: أ) مساحة الشكل. ب) محيط الشكل.

ج) مساحة المنطقة غير المظللة.

## الدرس الثاني

# عمليات المقادير الجبرية

٢

## ٥-٢ الثابت والمتغير

محيط المنطقة المربعة التي طول ضلعها (ل) هو (٤ل) حيث أن (٤) عدد ثابت لا يتغير بينما (ل) يأخذ قيماً متغيرة من مربع إلى آخر. هنا العدد (٤) يسمى **المعامل العددي (الثابت)**، أما (ل) فيسمى **القسم الرمزي (المتغير)**.

## ٥-٣ الحد الجبري

وهو الحد الذي يتكون من معامل عددي مضروب في قسم رمزي. أي أن:

**قاعدة**

**الحد الجبري = معامل عددي × قسم رمزي**

أو **الحد الجبري = ثابت × متغير**

**ومن الأمثلة على الحدود الجبرية:**

١- مساحة الدائرة = ط × نق$^{٢}$ حيث أن (ط) ثابت فهو معامل عددي، بينما (نق) متغير فهو قسم رمزي.

٢- الحد الجبري (٤س) فيه: (٤) معامل عددي ، (س) قسم رمزي.

٣- الحد الجبري (س ص) = ١× س ص فيه: المعامل العددي = ١ ، والقسم الرمزي = س ص.

٤- الحد الجبري (٨ أ$^{٢}$ ب جـ) فيه: المعامل العددي = ٨ ، والقسم الرمزي = أ$^{٢}$ ب جـ.

**ملاحظة:**

**١- حاصل ضرب حد جبري في حد جبري آخر هو حد جبري.**

**٢- لضرب حد جبري في حد جبري آخر نقوم بضرب المعاملات العددية للحدين معاً، والأقسام الرمزية للحدين معاً.**

### مثال رقم ١

ضع في أبسط صورة ثم عيّن المعامل العددي والقسم الرمزي للحدود الجبرية الآتية:

أ) $\text{٧ ب} \times \text{٣ جـ}^{\text{٢}}$      ب) $\frac{\text{٣ل}}{\text{٥}} \times \frac{\text{٥}}{\text{٩}}\,\text{م} \times \text{١٢ ن}^{\text{٢}}$

الحل: أ) $\text{٧ ب} \times \text{٣ جـ}^{\text{٢}} = \text{٧} \times \text{٣} \times \text{ب} \times \text{جـ}^{\text{٢}} = \text{٢١ ب جـ}^{\text{٢}}$

المعامل العددي = ٢١      القسم الرمزي = $\text{ب جـ}^{\text{٢}}$

ب) $\frac{\text{٣ل}}{\text{٥}} \times \frac{\text{٥}}{\text{٩}}\,\text{م} \times \text{١٢ ن}^{\text{٢}} = \frac{\text{٣}}{\text{٥}} \times \frac{\text{٥}}{\text{٩}} \times \text{١٢} \times \text{ل} \times \text{م} \times \text{ن}^{\text{٢}} = \text{٤ ل م ن}^{\text{٢}}$

المعامل العددي = ٤      القسم الرمزي = $\text{ل م ن}^{\text{٢}}$

## ٥-٤ الحدود الجبرية المتشابهة

يقال للحدود الجبرية بأنها متشابهة، إذا كان لها نفس القسم الرمزي بغض النظر عن معاملاتها العددية، ويقال بأنّها مختلفة إذا اختلفت في أقسامها الرمزية.

ومن الأمثلة على الحدود الجبرية المتشابهة والحدود الجبرية غير المتشابهة (المختلفة):

١- الحدود الجبرية (س$^{٣}$) ، (٢س$^{٣}$) ، ( $\frac{١}{٥}$ س$^{٣}$) ، (-٦ س$^{٣}$) ، ( $\frac{-٧}{٩}$ س$^{٣}$)

كلها حدود متشابهة لأن القسم الرمزي في كل منها هو (س$^{٣}$) وإن اختلف المعامل العددي لها.

٢- الحدود الجبرية (٢ص$^{٢}$) ، (٢ص$^{٥}$) ، (-٣ س$^{٦}$) ، ( $\frac{٣}{٥}$ س) حدود غير متشابهة (مختلفة) لأن القسم الرمزي في كل منها يختلف عن الآخر.

٣- الحدود الجبرية (٤ س ص) ، (٢٣ س$^{٢}$ ص) ، (٥ س ص$^{٢}$) حدود غير متشابهة (مختلفة) لأن القسم الرمزي في كل منها يختلف عن الآخر.

٤- الحدود الجبرية (٥ ل هـ ر$^{٢}$) ، (-٥ ل هـ ر$^{٢}$) ، (٩ ل هـ ر$^{٢}$) حدود متشابهة لأن القسم الرمزي في كل منها هو (ل هـ ر$^{٢}$). وكذلك الحد (-٤,٠ ل ر$^{٢}$ هـ) إذ لا يؤثر ترتيب المتغيرات في الحد الجبري.

٥- الحدود الجبرية (-٢ ب ل) ، (-٢ ب$^{٢}$ ل) ، (-٢ ب$^{٢}$ل$^{٢}$) حدود غير متشابهة (مختلفة) وإن تشابهت معاملاتها العددية، لأن القسم الرمزي في كل منها يختلف عن الآخر.

## ٥–٥ جمع الحدود الجبرية المتشابهة

تجمع الحدود الجبرية المتشابهة بجمع معاملاتها العددية فقط.

### مثال رقم ١

جد ناتج ما يأتي: ٥ ص + ٨ ص − ٧ ص = (٥ + ٨ − ٧) ص = ٦ ص

### مثال رقم ٢

**جد ناتج ما يأتي:**

٤ س$^{٢}$ ص ع + ٩ س$^{٢}$ ص ع − ٥ س$^{٢}$ ص ع = (٤ + ٩ − ٥) س$^{٢}$ ص ع = ٨ س$^{٢}$ ص ع

### مثال رقم ٣

**جد ناتج ما يأتي:**

٥ أ$^{٢}$ ب + ١٢ أ$^{٢}$ ب + أ$^{٢}$ ب = (٥ + ١٢ + ١) أ$^{٢}$ ب = ١٨ أ$^{٢}$ ب

### مثال رقم ٤

**جد ناتج ما يأتي:**

٣ س ص ع − ٨ س ص ع − ٥ س ص ع = (٣ − ٨ − ٥) س ص ع = −١٠ س ص ع

### مثال رقم ٥

**جد ناتج ما يأتي:**

$\frac{١}{٢}$ س ص + $\frac{١}{٥}$ س ص - ٠,٢ س ص = ($\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٥}$ - ٠,٢) س ص

= ($\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٥}$ - $\frac{٢}{١٠}$) س ص

= ($\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٥}$ - $\frac{١}{٥}$) س ص

= $\frac{١}{٢}$ س ص

## ٥-٦ طرح الحدود الجبرية المتشابهة

لطرح الحدين الجبريين المتشابهين، يتم تحويل عملية الطرح إلى عملية جمع المعامل العددي للحد الجبري الأول (المطروح منه) مع النظير الجمعي للمعامل العددي للحد الجبري الثاني (المطروح).

**مثال رقم ١**

اطرح (٢ س ص ) من (٧ س ص).

**الحل:** ٧ س ص − ٢ س ص = (٧ − ٢) س ص = (٧ + (−٢)) س ص = ٥ س ص

**مثال رقم ٢**

من (٩ ص ب) اطرح (−٣ ص ب ).

الحل: ٩ ص ب − (−٣ ص ب) = (٩ − (−٣)) ص ب = (٩ + ٣) ص ب = ١٢ ص ب

## ٥-٧ المقدار الجبري

هو المقدار الذي يتألف من حدين أو أكثر من الحدود الجبرية التي تفصل بينها علامة (+) أو (−).

فمثلاً (٣ س + ٤ ص) هو مقدار جبري ناتج من جمع الحدين (٣ س) و(٤ ص).

وكذلك فإن: (س ص$^٢$ + ٦ ل م − ٣ س ص) هو مقدار جبري ناتج من جمع وطرح بين الحدود الجبرية: (س ص$^٢$) و(٦ ل م) و(٣ س ص).

**ملاحظة:**

**١- المقدار الجبري ينتج من حاصل جمع أو طرح الحدود الجبرية (أو كليهما) في آن واحد لحدين جبريين أو أكثر.**

**٢- جمع وطرح المقادير الجبرية يتم بجمع وطرح الحدود الجبرية المتشابهة مع مراعاة تغيير إشارات الحدود الجبرية داخل القوس المسبوق بإشارة (−) في حالة الطرح.**

### مثال رقم ١

اجمع المقدار الجبري (٥ س − ٧ ص ) مع المقدار (٢ س + ٣ ص).

**الحل:** (٥ س − ٧ ص) + (٢ س + ٣ ص) = ٥ س + ٢ س − ٧ ص + ٣ ص (لماذا؟)

= (٥ + ٢) س + ( −٧ + ٣) ص

= ٧ س − ٤ ص

### مثال رقم ٢

اطرح المقدار الجبري (٣ ل م$^٢$ − ٢هـ$^٣$ ) من المقدار (٥هـ$^٣$ + ٤ ل م$^٢$).

الحل: (٥هـ$^٣$ + ٤ ل م$^٢$) − (٣ ل م$^٢$ − ٢هـ$^٣$ ) = ٥هـ$^٣$ + ٤ ل م$^٢$ + ٢هـ$^٣$ − ٣ ل م$^٢$

= ٥هـ$^٣$ + ٢هـ$^٣$ + ٤ ل م$^٢$ − ٣ ل م$^٢$

= (٥ + ٢)هـ$^٣$ + ( ٤ − ٣) ل م$^٢$

= ٧هـ$^٣$ + ل م$^٢$

مثال رقم ٣

ضع المقدار الجبري (س ص$^{٢}$ + ٦ ل م + ٣ س ص$^{٢}$ – ٩ ل م) في أبسط صورة.

**الحل:** (س ص$^{٢}$ + ٦ ل م + ٣ س ص$^{٢}$ – ٩ ل م) = (س ص$^{٢}$ + ٣ س ص$^{٢}$) + (٦ ل م – ٩ ل م)

= (١ + ٣) س ص$^{٢}$ + (٦ – ٩) ل م

= ٤ س ص$^{٢}$ + (–٣) ل م

= ٤ س ص$^{٢}$ – ٣ ل م

مثال رقم ٤

اطرح المقدار الجبري (٨ ك م$^{٢}$ – ٤ م$^{٢}$ + ٣ ك$^{٣}$) من (١٥ ك م$^{٢}$ + ١٠ م$^{٢}$ + ٩ ك$^{٣}$).

**الحل:**

١٥ ك م$^{٢}$ + ١٠ م$^{٢}$ + ٩ ك$^{٣}$

$\mp$ ٨ ك م$^{٢}$ $\pm$ ٤ م$^{٢}$ $\mp$ ٣ ك$^{٣}$

بالطرح

٧ ك م$^{٢}$ + ١٤ م$^{٢}$ + ٦ ك$^{٣}$

لاحظ أننا قمنا بتغيير إشارات المطروح ثم أجرينا عملية الجمع للحدود المتشابهة.

## تمرينات (٥-٢)

١) عيّن المعامل العددي والقسم الرمزي للحدود الجبرية الآتية:

أ) ٤ س$^{٢}$     ب) $\frac{٣}{٥}$ س$^{٢}$ ص     جـ) ١٦ س ص ع$^{٣}$

٢) ضع كل حد مما يأتي في أبسط صورة، ثم حدّد المعامل العددي والقسم الرمزي لكلٍ منها:

أ) $\frac{١}{٢}$ ق ع × -٤ س ص × $\frac{١}{٥}$     ب) ٦ س ص ع × $\frac{١}{٦}$ أ ب × -٧ ع هـ

جـ) ٢ أ × ٣ ب × ٥ جـ     د) -٣ س$^{٢}$ × -٤ ص$^{٢}$ × ٥ ع

هـ) ٦ س ص ع × $\frac{١}{٦}$ أ ب جـ     و) $\frac{٣}{٥}$ أ$^{٢}$ ب جـ × $\frac{-١٠}{٢١}$ أ$^{٢}$ ب جـ

٣) اجمع الحدود الجبرية في كلٍ ممّا يأتي:

أ) ٤ س$^{٢}$ ص ع ، -٢ س$^{٢}$ ص ع     ب) ٨ ل م ب$^{٢}$ ، ١٥ ل م ب$^{٢}$

جـ) -٥ أ$^{٢}$ ب جـ ، ١٧ أ$^{٢}$ ب جـ     د) -١٣ س$^{٢}$ ص$^{٢}$ ، -١٢ س$^{٢}$ ص$^{٢}$

هـ) $\frac{١}{٢}$ س ص ع ، $\frac{٢}{٣}$ س ص ع$^{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$ س ص ع ، $\frac{١}{٣}$ س ص ع$^{٢}$

و) ٩ ب ر$^{٢}$ ، ٢ ر$^{٢}$ × ٣ ب ، ٥ ب × ٣ ر$^{٢}$

٤) اطرح الحدود الجبرية في كلٍ ممّا يأتي:

أ) (٣ س ص$^{٢}$) من ($^{-}$٢ س ص$^{٢}$)

ب) ($^{-}$٧ أ$^{٢}$ ب$^{٢}$) من (٩ أ$^{٢}$ ب$^{٢}$)

جـ) (٣س ص ع) من ($^{-}$١٥ س ص ع)

٥) اجمع المقادير الجبرية في كلٍ ممّا يأتي:

أ) (س ص$^{٢}$ + ٥ ب جـ) ، (٣ س ص$^{٢}$ + ٦ ب جـ)

ب) (٥س + ٢ل) ، (٣س + ٧ل)

جـ) (٦ص + ٨ ع) ، (٣ص + ع) ، (٣ص + ٥ع)

٦) اطرح (٢ب - ٥ جـ) من (٣ جـ + ٥ ب)

٧) (٦ س$^{٢}$ - ٥ س + ٧) من (١٣ س$^{٢}$ - ٢ س - ٢)

٨) اطرح المقادير الجبرية في كلٍ مما يأتي:

أ) (١٠س$^{٢}$ - ٢ س - ٥) من (س$^{٢}$ - ٤ س + ١٥)

ب) (ب$^{٢}$ - ٥ جـ$^{٢}$ ب$^{٢}$ + ٨ جـ$^{٣}$) من (ب$^{٢}$ + ٧ ب$^{٢}$ جـ$^{٢}$ + ٣ جـ$^{٣}$)

جـ) ($\frac{٣}{٢}$ ب + $\frac{٥}{٢}$ جـ + د) من ($\frac{٣}{٢}$ ب - $\frac{٢}{٥}$ جـ + ٦ د)

## الدرس الثالث

# المعادلة الجبرية

٣

### ٥-٨ المعادلة الجبرية من الدرجة الأولى

المعادلة الجبرية من الدرجة الأولى هي عبارة عن مقدار جبري يأخذ الصورة:

**قاعدة**

أ س + ب = جـ    حيث أنَّ: أ ، ب ، ج ∈ ح ، وأن أ ≠ صفر

ومن الأمثلة عليها:

س + ٥ = ٠ ، ص − ٩ = ٠ ، ٢ع + ٣ = ١١

وهذه كلها تسمى (معادلات جبرية من الدرجة الأولى بمتغير واحد). أما المعادلات:

س$^{٢}$ + ١ = ٥    ص$^{٢}$ − ٤ص + ٥ = ٠،    ٢١ ك$^{٢}$ − ٤ = ١٧

فتسمى (معادلات جبرية من الدرجة الثانية بمتغير واحد) (لأن المتغير س في المعادلة الأولى مرفوع للقوة ٢، وكذلك المتغير ص في الثانية، و ك في الثالثة). أما المعادلات:

س + ص = ٧ ،    ٤ س − ٦ع = ٠ ،    ص + ٣ = ع

فتسمى (معادلات جبرية من الدرجة الأولى بمتغيرين) (لاحتوائها على متغيرين، ففي الأولى س ، ص، وفي الثانية س ، ع، وفي الثالثة ص ، ع).

## ٥-٩ حل المعادلة الجبرية من الدرجة الأولى بمتغير واحد

يقصد بحل المعادلة الجبرية من الدرجة الأولى بمتغير واحد هو إيجاد قيمة المتغير والتي تحقق المعادلة.

### مثال رقم ١

جد قيمة س إذا علمت أن: س + ٤ = ٥ ، س ∈ ط

**الحل:** نضيف (⁻٤) لطرفي المعادلة:

س + ٤ + ⁻٤ = ٥ + ⁻٤

س + ٠ = ١

∴ س = ١ ∈ ط

∴ مجموعة الحل = { ١ }

وللتحقق من صحة الحل نعوض عن قيمة س بـ (١) في المعادلة فنلاحظ أن:

الطرف الأيمن = ١ + ٤ = ٥ = الطرف الأيسر

مثال رقم ٢

حلّ المعادلة ٢س + ٣ = ١١ ، س ∋ ط

الحل: بإضافة ($^-$٣) للطرفين نحصل على:

٢س + ٣ + $^-$٣ = ١١ + $^-$٣

٢س + ٠ = ٨

∴ ٢س = ٨

لإيجاد قيمة س نقسم الطرفين على معامل س.

$$\frac{١}{٢} \times ٢س = \frac{١}{٢} \times ٨$$

س = ٤ ∋ ط

∴ مجموعة الحل = { ٤ }

وللتحقق من صحة الحل نعوض عن قيمة س بـ (٤) في المعادلة فنلاحظ أن:

الطرف الأيمن = ٢ × ٤ + ٣ = ٨ + ٣ = ١١ = الطرف الأيسر

مثال رقم ٣

جد مجموعة حلّ المعادلة ٢س − ٣ = س + ٥ ، س ∋ ط

الحل: نجعل الحدود التي فيها المتغير س في جهة من المعادلة، والثوابت في الجهة الأخرى، مع مراعاة تغيير الإشارة عند نقل الحد من جهة إلى جهة وكالآتي:

٢س − س = ٥ + ٣

∴ س = ٨ ∋ ط

∴ مجموعة الحل = { ٨ }

وللتحقق من صحة الحل نعوض عن قيمة س بـ (٨) في المعادلة فنلاحظ أن:

الطرف الأيمن: ٢س − ٣ = ٢ × ٨ − ٣ = ١٦ − ٣ = ١٣

الطرف الأيسر: س + ٥ = ٨ + ٥ = ١٣

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

## مثال رقم ٤

جد مجموعة حلّ المعادلة ٣س = ٥ ، س $\ni$ ط

**الحل:**

نضرب طرفي المعادلة في $\frac{١}{٣}$ (أي نضرب في مقلوب معامل س)

$\frac{١}{٣}$ × ٣س = $\frac{١}{٣}$ × ٥

س= $\frac{٥}{٣}$ $\not\ni$ ط

∴ مجموعة الحل = $\emptyset$

## مثال رقم ٥

ما العددان الطبيعيان الزوجيان المتتاليان اللذان مجموعهما (٤٢)؟

الحل: نفرض أن العدد الأول = س

∴ العدد الثاني = س + ٢

∴ س + (س + ٢) = ٤٢

٢س = ٤٢ − ٢ (لماذا؟)

٢س = ٤٠

وعند قسمة الطرفين على (٢) معامل س نحصل على:

س = ٢٠ وهو العدد الأول

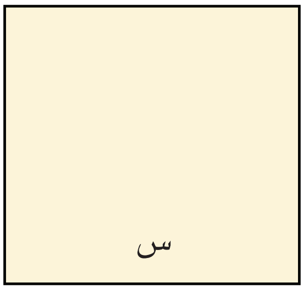
∴ العدد الثاني = س + ٢ = ٢٠ + ٢ = ٢٢

كيف نتحقق من صحة الحل؟

مثال رقم ٦

مسجدان كل منهما على شكل مربع، طول ضلع الأول يزيد على طول ضلع الثاني بمقدار (٥) أمتار فإذا كان مجموع محيطيهما (١٤٠) متراً فاحسب مساحة كل منهما.

**الحل:**



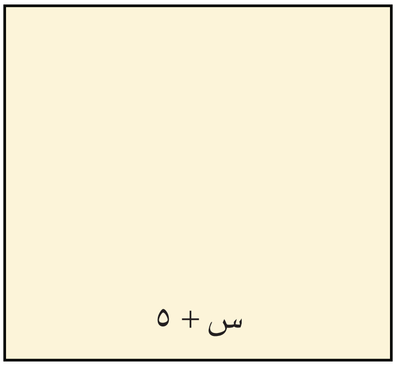

نفرض طول ضلع المسجد الأول = س

∴ طول ضلع المسجد الثاني = س + ٥

∴ محيط المسجد الأول = ٤س

محيط المسجد الثاني = ٤ (س + ٥)

وبذلك يكون مجموع محيطهما:




٤س + ٤(س + ٥) = ١٤٠

٤س + ٤س + ٢٠ = ١٤٠ (لماذا؟)

٨س = ١٤٠ − ٢٠

٨س = ١٢٠

وعند قسمة الطرفين على (٨) معامل س نحصل على:

س = ١٥م وهو طول ضلع المسجد الأول

∴ طول ضلع المسجد الثاني = س + ٥ = ١٥ + ٥ = ٢٠م

مساحة المسجد الأول = طول الضلع × نفسه = ١٥ × ١٥ = ٢٢٥ م$^{2}$

مساحة المسجد الثاني = ٢٠ × ٢٠ = ٤٠٠ م$^{2}$

## تمرينات (٥-٣)

١ جد مجموعة الحل للمعادلات الآتية ضمن مجموعة الأعداد الطبيعية:

أ) س − ٢ = ٩ ب) ٣س + ٣٦ = ٣٩

ج) ٥س + ٤ = ١٦ د) ٤س − ٣ = ١٧

هـ) ٢س + ١ = ٤ و) ٧س + ١٧ = ٣

ز) ٢س + ١ = س + ٥ ح) ٢(س + ١) = ٣

ط) ٢ص − ٥ = ٩ + ص ي) ٣ص + ٣ = ٢(ص + ٥)

ك) ٣(ع − ١) = ٢(ع − ١) ل) ع + ٣(ع + ١) = ٨

٢ عددان طبيعيان زوجيان متتاليان مجموعهما (٥٠)، فما العددان؟

٣ عددان طبيعيان فرديان متتاليان مجموعهما (٣٦)، فما العددان؟

٤ مسجدان مربعان طول الأول ثلاثة أمثال طول الثاني، فإذا كان مجموع محيطيهما (١٦٠) م، فما مساحتيهما؟

٥ أطوال أضلاع مثلث ثلاثة أعداد طبيعية متتالية، فإذا علم بأن محيط المثلث = ٣٩ سم فجد أطوال أضلاعه الثلاثة.

٦ عدد مكون رمزه من رقمين. إذا علم أن رقم العشرات يساوي ضعف رقم الآحاد ومجموعهما يساوي (٩) فما العدد؟

٧ إذا كان عمر آمنة يساوي خمسة أمثال عمر عائشة، وكان مجموع عمريهما يساوي (٣٠) سنة فما عمر كل منهما؟

الحمد لله الذي بنعمته تتم الصالحات